

**ออกแบบและสร้างแบบจำลองกลไกการทำงานของแขนกลต้นแบบ
โครงสร้างขนาน 3 ขา เคลื่อนที่สไลด์แบบทิศทางไขว้**
**Design and Build a Simulation Mechanism for the Prototype
of a 3 translational Cross Path Tripod Parallel Manipulator**

ทศพล กลิ่นสุคนธ์ และ ผศ.ดร.กรรรมันต์ ชูประเสริฐ

ห้องปฏิบัติการ Dynamic, Control and Automation ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์
มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ จตุจักร กรุงเทพฯ 10900
ติดต่อ: fengkmc@ku.ac.th, yim_tho@hotmail.com, 084-118-2823

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อออกแบบและสร้างแบบจำลองกลไกการทำงานของแขนกลต้นแบบโครงสร้างขนาน 3 ขา เคลื่อนที่สไลด์แบบทิศทางไขว้ โดยมีรูปแบบ การเคลื่อนที่ข้อต่อเป็นแบบ translation ทั้งสามแกน ข้อต่อ ส่งผ่าน การเคลื่อนที่ผ่าน u-joint ไปที่ platform ตัวกลไกของแขนกลจะต้องสามารถเคลื่อนที่ ด้วยความแม่นยำ โดยมีเป้าหมาย คือออกแบบกลไกของแขนกลต้นแบบโครงสร้างขนานเคลื่อนที่สามแกนที่มีความแข็งแรงและเหมาะสมแก่การใช้งานที่ สภาพแวดล้อมมีสารเจือปนโดยไม่ต้องการความละเอียดมากเช่น งานพ่นสี เป็นต้น โดยได้ทำการหาและทดสอบ แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของแขนกล ในส่วน จลนศาสตร์แบบไปข้างหน้า, จลนศาสตร์แบบผกผัน, จาโคเบียนเมทริกซ์ แบบไปข้างหน้า ตลอดจลนศาสตร์ของแขนกล

หลังทำการเปรียบเทียบผลการทดสอบการเคลื่อนที่ที่ได้จากการ Simulation และที่ได้จากสมการแบบจำลอง ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง ผลการเปรียบเทียบแสดงว่า ให้ค่าตำแหน่ง, ความเร็ว และแรงที่ใช้ในการควบคุม มีความคลาดเคลื่อนที่เพียงพอที่สามารถจะนำไปใช้ในระบบควบคุมแขนกลเพื่อทำการทดสอบต่อไป

คำหลัก: แขนกลโครงสร้างขนาน ; จาโคเบียน เมทริกซ์ ; แขนกลเคลื่อนที่สามแกน

Abstract

In overall, this research aims to design and build a simulation mechanism for the prototype of a 3 translational Cross Path Tripod Parallel Manipulator, with the joints on the three cores moving in a translation manner and directing a platform's movement via the u-joint and the manipulator's instrument handling mechanism being able to reach different positions with high accuracy. The goal is to design the prototype's mechanism that is strong and capable of work of low-to-medium fineness in polluted environments such as spray painting. The manipulator's movement test is conducted using program Solidworks Motion to analyze the movement and program Matlab to create relevant mathematical model equations; each of the programs then tested four different mathematical models of Forward kinematics, Inverse kinematics, Forward Jacobian matrix and manipulator dynamics.

Following the test, the results from the simulation of Solidworks Motion and Matlab are compared and contrasted, and finally this process yielded acceptable error in terms of position, speed and control force. In short, the mathematical model can be applied in further examination of the manipulator's controller.

Keywords: Parallel Manipulator ; Jacobian matrix ; 3 degree of freedom Manipulator

1. บทนำ

ในปัจจุบันนี้มีการพัฒนาเทคโนโลยีในหลายๆด้านอย่างก้าวกระโดด จนมนุษย์สามารถสังเกตเห็นการเปลี่ยนแปลงนี้ได้แทบทุกวันของชีวิตเรา เทคโนโลยีเกี่ยวกับหุ่นยนต์ก็เช่นกันนำมาซึ่งการแข่งขันและก่อให้เกิดการเปลี่ยนแปลงแบบฉับพลันเพื่อตอบสนองความสะดวกในการทำงานและดำเนินชีวิตของมนุษย์ ดังเช่นหุ่นยนต์ที่สามารถทำงานหลายๆอย่างแทนมนุษย์ได้ เทคโนโลยีหนึ่งที่มีบทบาทและถูกนำมาในใช้อุตสาหกรรมพบเห็นบ่อยขึ้นในหุ่นยนต์ประเภทแขนกลคือ แขนกลแบบขนานซึ่งมีข้อดีในส่วนของโครงสร้าง ความแข็งแรง, ความละเอียดแม่นยำในการทำงาน เช่น แขนกลขนานสามองศาอิสระแบบUPU หรือหองศาอิสระ PKM ที่ใช้ในงานกัด เป็นต้น งานวิจัยนี้จะขอนำเสนอการพัฒนาเทคโนโลยีหุ่นยนต์แบบขนานที่เป็นรูปแบบของกลไกที่ซับซ้อนโดยใช้ทำงานที่ต้องการความละเอียดและแม่นยำ [4] [5] [13]

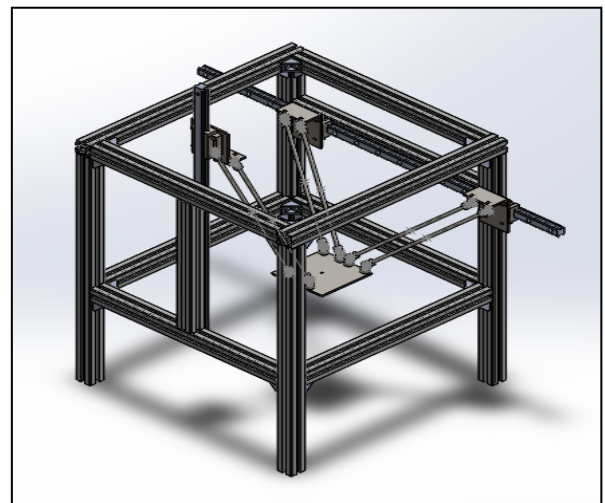
แขนกลที่มีโครงสร้างแบบขนาน (Parallel Manipulator) เป็นรูปแบบหนึ่งของเทคโนโลยีหุ่นยนต์ที่ถูกออกแบบมาเพื่อใช้กับงานที่เกิดแรงปฏิกิริยาต่อเครื่องมือสูง ด้วยการออกแบบของการเชื่อมต่อปลายเครื่องมือแบบขนาน จึงทำให้เครื่องมือแขนกลนี้สามารถรับแรงต้านและแรงบิดต้านได้มาก ลักษณะเด่นหลักๆของแขนกลที่มีกลไกแบบขนาน คือ บนฐานที่มีปลายเครื่องมือติดตั้งอยู่จะเป็นตำแหน่งที่เป็นจุดเชื่อมต่อของแขนกลทุกๆแขน ซึ่งแต่ละแขนหากเคลื่อนก็จะส่งผลต่อตำแหน่งของปลายเครื่องมือ ความสามารถที่แขนกลทำได้คือ เคลื่อนที่ได้ตามเส้นทางที่กำหนด ทำงานแบบซ้ำวนไปมาได้ มีความทนทานต่องานที่มีแรงต้านและแรงบิดสูง

วิธีการควบคุมแขนกลที่มีกลไกแบบขนาน ใช้การควบคุมจากอุปกรณ์ควบคุมซึ่งโปรแกรมเส้นทางตามทิศทางที่ผู้ต้องการ ซึ่งในส่วนของโปรแกรมจะต้องสร้างจากการวิเคราะห์กลศาสตร์การเคลื่อนไหวของแขนกลเพื่อให้เกิดการทำงานที่แม่นยำและเสถียร หากการวิเคราะห์ทำได้ไม่สมบูรณ์จะทำให้โปรแกรมมีประสิทธิภาพการทำงานต่ำลงหรือไม่อาจใช้งานใช้งานแขนกลได้ ดังนั้นจึงมีเป้าหมายคือออกแบบกลไกของแขนกลต้นแบบโครงสร้างขนานเคลื่อนที่สามแกนที่มีความแข็งแรงและเหมาะสมแก่การใช้งาน ซึ่งในขั้นตอนปัจจุบันอยู่ในการประเมินผลของ Kinematic ของกลไก โดยใช้โปรแกรม Solidworks เพื่อวิเคราะห์หาค่าต่างๆที่

ผ่านการ simulation โดยจะเป็นค่าที่ใกล้เคียงกับความเป็นจริง แล้วจะนำค่ามาเปรียบเทียบกับค่าจาก Model ที่ได้จากการออกแบบในโปรแกรม Matlab ผลที่ได้จะเป็นผลที่แสดงในกรณีแขนกลเคลื่อนที่ตามเส้นทางโดยไม่ได้พิจารณาเกี่ยวกับผลจากแรงที่เกิดจากการกักตัวอย่างใด [2] [3] [11]

2. การออกแบบ

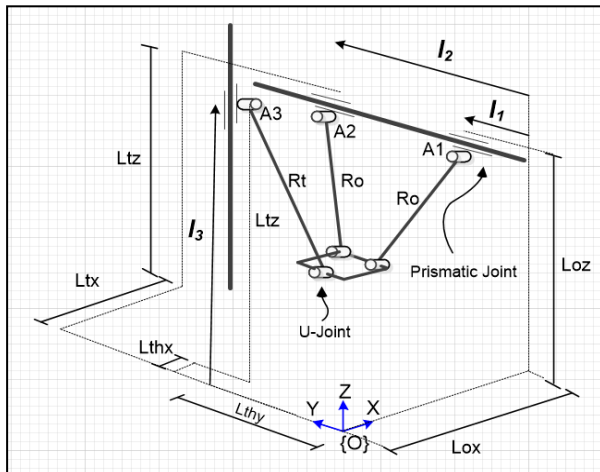
อุปกรณ์ต่างๆของแขนกลโครงสร้างขนานจะถูกบรรจุอยู่ในโครงของอลูมิเนียมโปรไฟล์ ซึ่งถูกประกอบเป็นรูปทรงสี่เหลี่ยมขนาดปานกลาง ที่ตำแหน่งต้นแขนทั้งสามตำแหน่งจะมีลักษณะเป็น Platform บรรทุกชิ้นส่วนที่สำคัญคือ มอเตอร์ เอนโคเดอร์ และ Universal Joint โดยการเคลื่อนที่เป็นแบบ Translation Motion ทั้งหมด มีทิศทางทางแนวนอน 2 ชุด และ แนวตั้ง 1 ชุด ที่ตำแหน่งของ Platform ที่ถูกปลายแขนทั้งสามยึดอยู่ถูกออกแบบเป็นลักษณะแผ่นสี่เหลี่ยมมุมฉากด้านเท่าเพื่อเอาไว้รองรับเครื่องมือที่จะถูกบรรจุไว้ โดยที่ตำแหน่งกลางของแผ่นเป็นรูที่ถูกเจาะ 1 รู ซึ่งถูกระบุไว้ว่าเป็นตำแหน่งของปลายเครื่องมือที่สมมติไว้เพื่อใช้ในการคำนวณ และตำแหน่งริมขอบจะมีรูเอาไว้สำหรับยึด Universal Joint ที่ถูกเชื่อมต่อกับปลายแขนทั้งสาม การเคลื่อนที่ตำแหน่งปลายเครื่องมือมีทิศทางเคลื่อนที่ 3 degree-of-freedom ซึ่งก็คือทิศทาง แกน X แกน Y และ แกน Z และที่สำคัญคือแขนกลจะไม่สามารถใช้งานในแกนหมุนได้เนื่องจาก Universal Joint นั้นไม่สามารถทำงานได้หากตำแหน่งปลายทั้งสองข้างมีทิศทางไม่อยู่แนวเดียวกัน



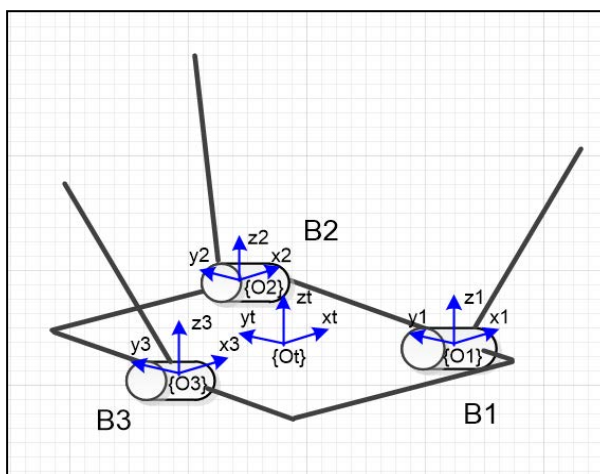
รูปที่ 1 ลักษณะทางกายภาพของแขนกลต้นแบบ

3. ตัวแบบเชิงจลศาสตร์

ขณะที่แขนกลทำงานจะต้องอาศัยความสัมพันธ์ระหว่างการเคลื่อน ความเร็ว และความเร่งของตำแหน่งต้นแขนกับตำแหน่งปลายเครื่องมือ การควบคุมของแขนกลชุดนี้จะถูกควบคุมโดยการป้อน Input ที่ได้จากเครื่องมือควบคุมทางไฟฟ้าที่ถูกคำนวณออกมา ส่งไปยังมอเตอร์ทั้งสามตัวเพื่อสร้างการเคลื่อนที่มีลักษณะเฉพาะสำหรับมอเตอร์แต่ละตัว ในการคำนวณแต่ละครั้งจะต้องนำค่าคงที่ ค่าพิกัดต่างๆที่เทียบกับพิกัดของแกน Origin นำมาใช้ร่วมในการคำนวณด้วย โดยจะแสดงตำแหน่งของตัวแปรและแกนต่างๆ [6] [7] ดังรูปที่ 2 - 4



รูปที่ 2 แสดงชื่อตัวแปรต่างๆ และพิกัด Origin {O} ที่จะนำมาใช้ร่วมในการคำนวณ



รูปที่ 3 แสดงแกน {O1} , {O2} , {O3} และ {Ot} บน Platform tool

โดยที่

R_o = ระยะของแขนก้านที่ 1 และ 2

R_t = ระยะของแขนก้านที่ 3

a = ระยะห่างแนวแกน Y ระหว่างแกนอ้างอิงที่ 1 และ 2

b = ระยะห่างแนวแกน X ระหว่างแกนอ้างอิงที่ 1 และ 3

L_{oz} = ระยะทางตามแนวแกน Z ระหว่างจุดอ้างอิงกับสไลด์ตัวที่ 1

L_{tz} = ระยะทางตามแนวแกน Z ระหว่างจุดอ้างอิงกับสไลด์ตัวที่ 2

L_{ox} = ระยะทางตามแนวแกน X ระหว่างจุดอ้างอิงกับสไลด์ตัวที่ 1

L_{tx} = ระยะทางตามแนวแกน X ระหว่างจุดอ้างอิงกับสไลด์ตัวที่ 2

L_{thx} = ระยะทางตามแนวแกน X ระหว่างจุดอ้างอิงกับสไลด์ตัวที่ 3

L_{thy} = ระยะทางตามแนวแกน Y ระหว่างจุดอ้างอิงกับสไลด์ตัวที่ 3

4. จลศาสตร์แบบผกผัน

เป็นกระบวนการใช้สำหรับหาตำแหน่งของ Translation Platform [12] โดยใช้ตัวแปร input ในกระบวนการคือ พิกัดปลายเครื่องมือเทียบกับแกนอ้างอิงหลัก $p = [x_t \ y_t \ z_t]$ (หน่วย mm) ผลลัพธ์ที่ได้คือ พิกัดของการเคลื่อนที่ Translation ทั้งสามตัวที่เทียบกับแกนอ้างอิงหลัก ({O}) $q = [l_1 \ l_2 \ l_3]$ (หน่วย mm)

จากรูปที่ 2 และ 4 นำตำแหน่งพิกัดปลายเครื่องมือมาวิเคราะห์หาพิกัดตำแหน่ง (x, y, z) ของแกนที่ 1 ถึง 3

$$x_1 = x_t + \left(\frac{b}{2}\right) \quad (1)$$

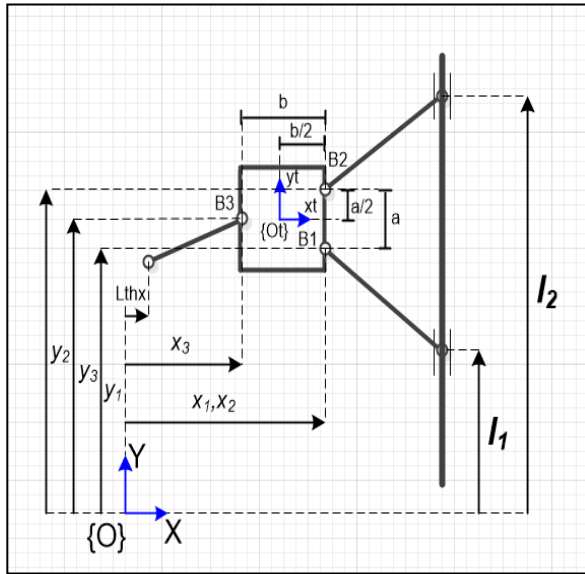
$$x_2 = x_t + \left(\frac{b}{2}\right) \quad (2)$$

$$x_3 = x_t - \left(\frac{b}{2}\right) \quad (3)$$

$$y_1 = y_t - \left(\frac{a}{2}\right) \quad (4)$$

$$y_2 = y_t + \left(\frac{a}{2}\right) \quad (5)$$

$$y_3 = y_t \quad (6)$$



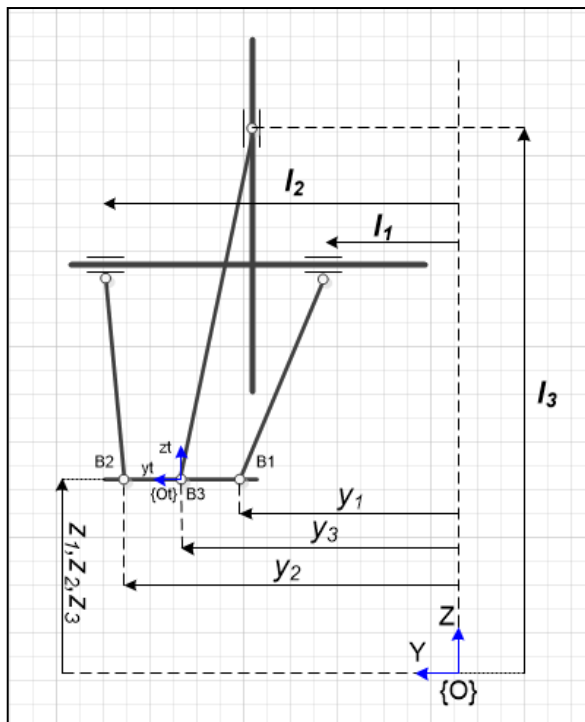
รูปที่ 4 แสดงแกนและตัวแปรต่างๆ จากด้านบน

จากรูปที่ 5 พบว่าพิกัดตามแนวแกน Z ของแกนที่ 1 ถึง 3 จะมีค่าเท่ากับพิกัดปลายเครื่องมือ (z_t)

$$z_1 = z_t \quad (7)$$

$$z_2 = z_t \quad (8)$$

$$z_3 = z_t \quad (9)$$



รูปที่ 5 แสดงแกนและตัวแปรต่างๆ จากด้านข้าง

นำค่าพิกัดของแกนทั้งสาม มาใช้วิเคราะห์หามุมของแขนที่มีความเกี่ยวข้องกับพิกัดปลายเครื่องมือและพิกัดของการเคลื่อนที่ Translation ทั้งสามตัว

$$\alpha_1 = \arcsin\left(\frac{\sqrt{(Ltx-x_2)^2 + (Ltz-z_2)^2}}{R_1}\right) \quad (10)$$

$$\alpha_2 = \arcsin\left(\frac{\sqrt{(Lox-x_1)^2 + (Loz-z_1)^2}}{R_1}\right) \quad (11)$$

$$\alpha_3 = \arccos\left(\frac{Lox-x_1}{\sqrt{(Lox-x_1)^2 + (Loz-z_1)^2}}\right) \quad (12)$$

$$\alpha_4 = \arcsin\left(\frac{(Lthy-y_3)}{R_2}\right) \quad (13)$$

$$\alpha_5 = \arccos\left(\frac{(x_3-Lthx)}{R_2 \cos \alpha_4}\right) \quad (14)$$

จากรูปที่ 2 นำค่าที่ได้จากสมการที่ 1 ถึง 14 มาวิเคราะห์หาพิกัดของ Translation ทั้งสามตัว จะได้ตามสมการที่ 15 -17

$$l_1 = y_1 - R_1 \cos \alpha_2 \quad (15)$$

$$l_2 = y_2 + R_1 \cos \alpha_1 \quad (16)$$

$$l_3 = z_3 + (R_2 \cos \alpha_4 \cos \alpha_5) \quad (17)$$

5. จลศาสตร์แบบไปข้างหน้า

เป็นการบวนการที่ตรงข้ามกับ จลศาสตร์แบบผกผัน โดยจะใช้ในการหาตำแหน่งของปลายเครื่องมือโดยใช้ตัวแปรอินพุตในกระบวนการคือ คือ พิกัดของการเคลื่อนที่ Translation ทั้งสามตัวที่เทียบกับแกนอ้างอิงหลัก $q = [l_1 \ l_2 \ l_3]$ (หน่วย mm) ผลลัพธ์ที่ได้ คือ พิกัดปลายเครื่องมือเทียบกับแกนอ้างอิงหลัก ($\{O\}$) $p = [x_t \ y_t \ z_t]$ (หน่วย mm)

จากรูปที่ 2 และ 3 นำพิกัดของการเคลื่อนที่ Translation ทั้งสามตัวมาวิเคราะห์หามุมของแขนที่มีความเกี่ยวข้องกับพิกัดปลายเครื่องมือและพิกัดของการเคลื่อนที่ Translation ทั้งสามตัว

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \arccos\left(\frac{((l_2-l_1-a))}{R_1}\right) \quad (18)$$

$$\alpha_3 = \arcsin\left(\frac{Loz-z}{R_1 \sin \alpha_1}\right) \quad (19)$$

$$\alpha_4 = \arcsin\left(\frac{((\frac{(l_1-l_2)}{2})-l)}{R_2}\right) \quad (20)$$

$$\alpha_5 = \arcsin\left(\frac{(l_3-z)}{R_2 \cos \alpha_4}\right) \quad (21)$$

โดยที่ค่า α_3 และ α_5 อยู่ในรูปตัวแปร z เอาไว้ โดยจะต้องนำสองสมการนี้มาวิเคราะห์เพิ่มเติม

จากรูปที่ 2 และ 3 นำมุมที่ได้จากสมการที่ (18) ถึง (21) และพิกัดต่างๆ มาวิเคราะห์หาตำแหน่งของแกนที่ 1 ถึง 3 ตามสมการ 22- 30

$$x_1 = Lox - R_1 \sin \alpha_2 \cos \alpha_3 \quad (22)$$

$$y_1 = l_1 + R_1 \cos \alpha_2 \quad (23)$$

$$z_1 = Lox - R_1 + R_1 \sin \alpha_2 \sin \alpha_3 \quad (24)$$

$$x_2 = Ltx - R_1 \sin \alpha_1 \cos \alpha_3 \quad (25)$$

$$y_2 = l_2 - R_1 \cos \alpha_1 \quad (26)$$

$$z_2 = Ltz - R_1 + R_1 \sin \alpha_1 \sin \alpha_3 \quad (27)$$

$$x_3 = Lthx + R_2 \cos \alpha_4 \cos \alpha_5 \quad (28)$$

$$y_3 = l + R_2 \sin \alpha_4 \quad (29)$$

$$z_3 = l_3 - R_2 \cos \alpha_4 \sin \alpha_5 \quad (30)$$

นำค่าที่ได้จากสมการที่ 18 ถึง 30 มาวิเคราะห์หาพิกัดปลายเครื่องมือ ตามสมการที่ 31-33 ดังรูปที่ 3 - 5

$$x = \frac{x_1+x_3}{2} = \frac{x_2+x_3}{2} \quad (31)$$

$$y = \frac{y_1+y_3}{2} = y_3 \quad (32)$$

$$z = z_1 = z_2 = z_3 \quad (33)$$

6. จาโคเบียนเมทริกซ์แบบไปข้างหน้า

เป็นกระบวนการหาเมทริกซ์ที่เป็นความสัมพันธ์ของค่าเวกเตอร์สองชุดคือ เวกเตอร์ความเร็วของพิกัดปลายเครื่องมือ กับ เวกเตอร์ความเร็วของพิกัด Translation ทั้งสามตัว [8] [9] มีความสัมพันธ์ดังสมการ

$$\dot{\mathbf{x}}_T = \mathbf{J} \cdot \dot{\mathbf{q}} \quad (34)$$

โดยที่

$$\dot{\mathbf{x}}_T = \begin{bmatrix} \frac{dx}{dt} \\ \frac{dy}{dt} \\ \frac{dz}{dt} \end{bmatrix} \quad (35) \quad , \quad \dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \frac{dl_1}{dt} \\ \frac{dl_2}{dt} \\ \frac{dl_3}{dt} \end{bmatrix} \quad (36)$$

ทำการ partial derivative ของพิกัดปลายเครื่องมือ

$$\frac{dz}{dt} = \left(\left(\frac{dz}{dl_1} \right) \cdot \left(\frac{dl_1}{dt} \right) \right) + \left(\left(\frac{dz}{dl_2} \right) \cdot \left(\frac{dl_2}{dt} \right) \right) + \left(\left(\frac{dz}{dl_3} \right) \cdot \left(\frac{dl_3}{dt} \right) \right) \quad (37)$$

$$\frac{dy}{dt} = \left(\left(\frac{dy}{dl_1} \right) \cdot \left(\frac{dl_1}{dt} \right) \right) + \left(\left(\frac{dy}{dl_2} \right) \cdot \left(\frac{dl_2}{dt} \right) \right) + \left(\left(\frac{dy}{dl_3} \right) \cdot \left(\frac{dl_3}{dt} \right) \right) \quad (38)$$

$$\frac{dx}{dt} = \left(\left(\frac{dx}{dl_1} \right) \cdot \left(\frac{dl_1}{dt} \right) \right) + \left(\left(\frac{dx}{dl_2} \right) \cdot \left(\frac{dl_2}{dt} \right) \right) + \left(\left(\frac{dx}{dl_3} \right) \cdot \left(\frac{dl_3}{dt} \right) \right) \quad (39)$$

ทำการจัดรูปเป็นแบบเมทริกซ์และเวกเตอร์

$$\begin{bmatrix} \frac{dx}{dt} \\ \frac{dy}{dt} \\ \frac{dz}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{dx}{dl_1} & \frac{dx}{dl_2} & \frac{dx}{dl_3} \\ \frac{dy}{dl_1} & \frac{dy}{dl_2} & \frac{dy}{dl_3} \\ \frac{dz}{dl_1} & \frac{dz}{dl_2} & \frac{dz}{dl_3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{dl_1}{dt} \\ \frac{dl_2}{dt} \\ \frac{dl_3}{dt} \end{bmatrix} \quad (40)$$

เมทริกซ์ที่ได้รับ คือ Jacobian Matrix

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{dx}{dl_1} & \frac{dx}{dl_2} & \frac{dx}{dl_3} \\ \frac{dy}{dl_1} & \frac{dy}{dl_2} & \frac{dy}{dl_3} \\ \frac{dz}{dl_1} & \frac{dz}{dl_2} & \frac{dz}{dl_3} \end{bmatrix} \quad (41)$$

7. ตัวแบบเชิงพลวัต

เป็นกระบวนการที่ใช้สมการพลังงาน Lagrange's Equation เพื่อวิเคราะห์หาตัวแบบเชิงพลวัต (Dynamics Model) ของแขนกล โดยนำสมการจลศาสตร์แบบไปข้างหน้าและจาโคเบียนเมทริกซ์แบบไปข้างหน้า ที่ได้มาจากหัวข้อก่อนหน้ามาใช้ร่วมกับสมการของ Lagrange

จากข้อกำหนดของ Lagrangian ตัวแปร L เกิดจากความแตกต่างของค่าพลังงานจลน์และพลังงานศักย์ของระบบทางกล [1] [10] [14]

$$L = K.E. - P.E. \quad (42)$$

ทำการอนุพันธ์ตัวแปร จะให้ผลลัพธ์เป็น Input Q ที่ถูกนำเข้ามาใส่แก่ระบบ ในกรณีของแขนกล Input คือ Force จากมอเตอร์

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i \quad (43)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial (K.E.)}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial (K.E.)}{\partial q_i} + \frac{\partial (P.E.)}{\partial q_i} = Q_i \quad (44)$$

โดยที่ $i = 1, 2, \dots, n$

โดยพลังงานจลน์จะขึ้นอยู่กับตำแหน่งและความเร็วของแต่ละชิ้นส่วน ส่วนพลังงานศักย์ขึ้นอยู่กับความสูงที่เปลี่ยนไปของแต่ละชิ้นส่วน จากกฎอนุรักษ์พลังงานจะ

ใช้ความสัมพันธ์ระหว่าง ค่าของตัวแปร Lagrange ที่หาได้จากระบบกับค่าของ Force

จากรูปที่ 2 แขนกลโครงสร้างขนานจะประกอบด้วย 6 ชิ้นส่วนที่เคลื่อนที่ โดยมีจำนวนชิ้นดังนี้

- Platform(P) 1 ชิ้น
- Arm or Link 1(Am_1) 2 ชิ้น
- Arm or Link 2(Am_2) 1 ชิ้น
- Universal Joint(UJ) 2 ชิ้น
- Linear Joint(LJ) 3 ชิ้น

จากการพิจารณาทุกชิ้นส่วน โดยใช้ Lagrange's Equation จึงได้รับสมการดังนี้

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial (K.E_P)}{\partial \dot{l}_i} - \frac{\partial (K.E_P)}{\partial l_i} + \frac{\partial (P.E_P)}{\partial l_i} = F_{Pi} \quad (45)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \left(\sum_{j=1}^2 K.E_{Am_{1j}} \right)}{\partial \dot{l}_i} - \frac{\partial \left(\sum_{j=1}^2 K.E_{Am_{1j}} \right)}{\partial l_i} + \frac{\partial \left(\sum_{j=1}^2 P.E_{Am_{1j}} \right)}{\partial l_i} = \sum_{j=1}^2 F_{Am_{1ji}} \quad (46)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial (K.E_{Am_2})}{\partial \dot{l}_i} - \frac{\partial (K.E_{Am_2})}{\partial l_i} + \frac{\partial (P.E_{Am_2})}{\partial l_i} = F_{Am_2i} \quad (47)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \left(\sum_{j=1}^2 K.E_{UJj} \right)}{\partial \dot{l}_i} - \frac{\partial \left(\sum_{j=1}^2 K.E_{UJj} \right)}{\partial l_i} + \frac{\partial \left(\sum_{j=1}^2 P.E_{UJj} \right)}{\partial l_i} = \sum_{j=1}^2 F_{UJji} \quad (48)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \left(\sum_{j=1}^3 K.E_{LJj} \right)}{\partial \dot{l}_i} - \frac{\partial \left(\sum_{j=1}^3 K.E_{LJj} \right)}{\partial l_i} + \frac{\partial \left(\sum_{j=1}^3 P.E_{LJj} \right)}{\partial l_i} = \sum_{j=1}^3 F_{LJji} \quad (49)$$

โดยที่ $i = 1, 2, 3$

รวมสมการที่ 45 – 49 โดยแบ่งตามลำดับของ i

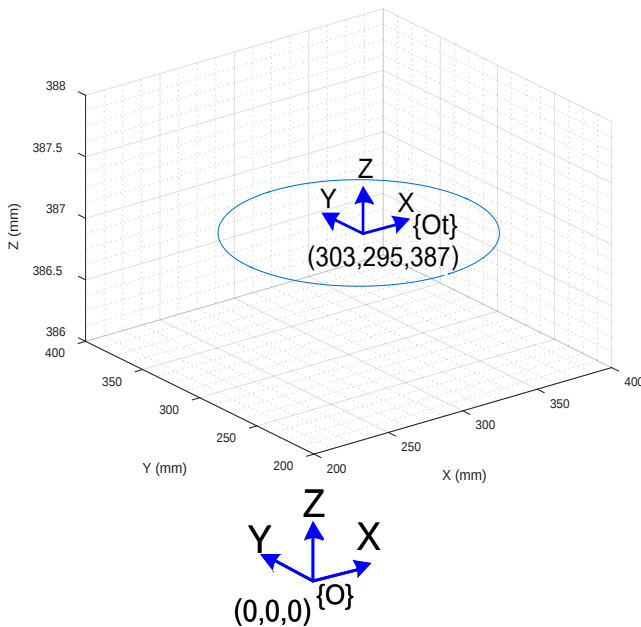
$$\frac{d}{dt} \frac{\partial (K.E.)}{\partial \dot{l}_i} - \frac{\partial (K.E.)}{\partial l_i} + \frac{\partial (P.E.)}{\partial l_i} = F_i \quad (50)$$

โดยที่ $i = 1, 2, 3$

8. ผลการทดลอง

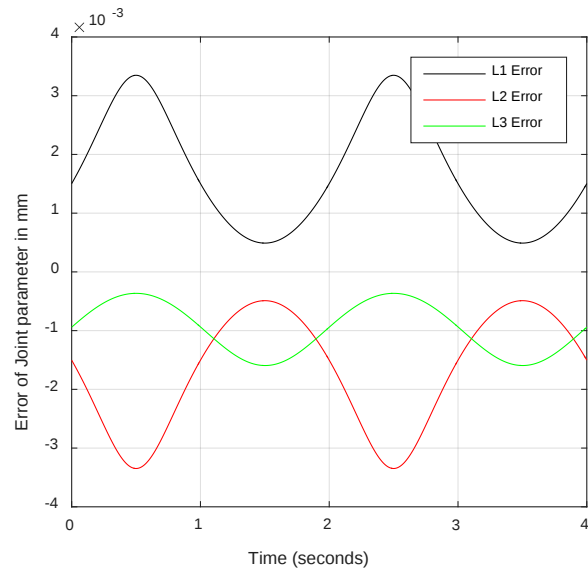
การทดสอบสมการความสัมพันธ์ทำโดยการจำลองเส้นทางการเคลื่อนที่เพื่อตรวจสอบการเคลื่อนที่แขนกลโครงสร้างขนาน โดยการให้เส้นทางของพิกัดปลายเครื่องมือเคลื่อนที่เป็นรูปวงกลม 2 มิติ มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 15 เซนติเมตร จุดศูนย์กลางอยู่ตำแหน่ง (303,295,387) เทียบกับแกน {O} ตั้งอยู่บนระนาบ XY ดังรูปที่ 6 โดยให้ความเร็วคงที่ตลอดการเคลื่อนที่ การจำลองให้ใช้เวลาในการเคลื่อนที่ครบรอบเท่ากับ 2 วินาที

เส้นทางการเคลื่อนที่ของ {Ot} ถูกกำหนดให้มีการเคลื่อนที่ตามทิศ -Z พร้อมกับเคลื่อนที่เข้าเพิ่มอีกหนึ่งรอบ จึงทำให้เวลาตลอดการเคลื่อนที่เป็น 4 วินาที หลังจากทำการป้อน Input เข้าสู่กระบวนการทั้งสามคือ จลศาสตร์แบบผกผัน, จลศาสตร์แบบไปข้างหน้า และ ตัวแบบเชิงพลวัต ผลของ Output จากโปรแกรม Matlab จะถูกนำมาเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากการจำลองการเคลื่อนที่โดยโปรแกรม Solidworks ค่าที่ได้คือค่าความคลาดเคลื่อนของการวิเคราะห์ ซึ่งจะแสดงผลการทดลองตามรูปที่ 7 – 10



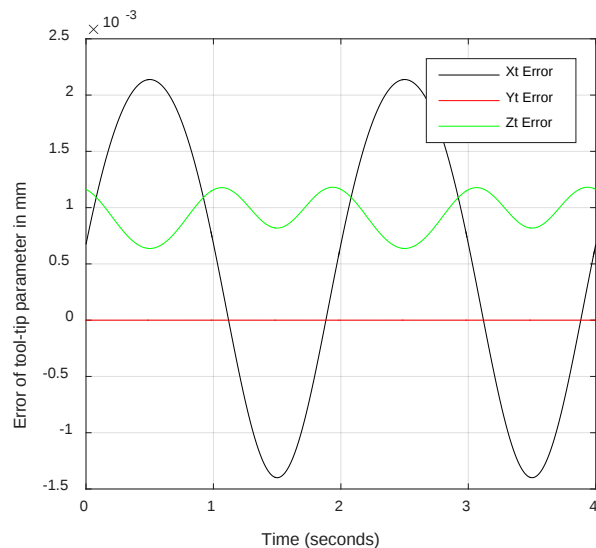
รูปที่ 6 แสดงเส้นทางการเคลื่อนที่แบบวงกลม

Error results compared between numerical method and forward kinematic equation



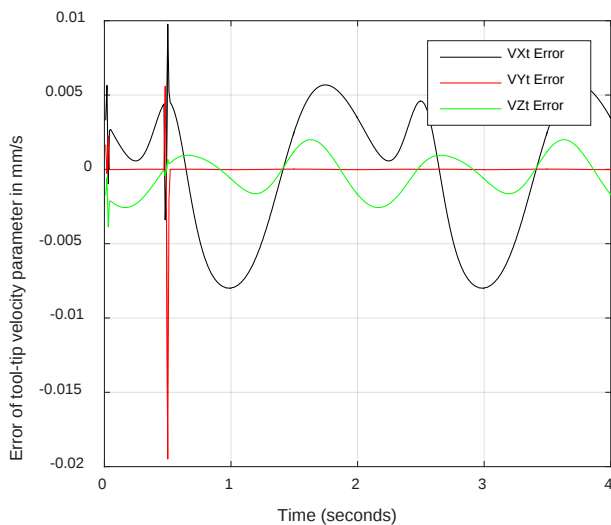
รูปที่ 7 ระยะเวลาคลาดเคลื่อนของพิกัดปลายเครื่องมือ เทียบระหว่างผล Simulation กับ ผลจากสมการจลศาสตร์แบบผกผัน

Error results compared between numerical method and inverse kinematic equation



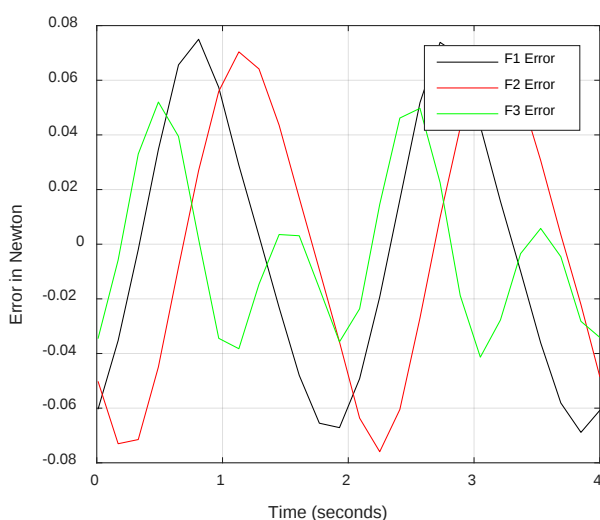
รูปที่ 8 ระยะเวลาคลาดเคลื่อนของพิกัด Translation เทียบระหว่างผล Simulation กับ ผลจากสมการจลศาสตร์แบบไปข้างหน้า

Error results compared between numerical method
and forward jacobian equation



รูปที่ 9 ความเร็วที่คลาดเคลื่อนของพิกัดปลายเครื่องมือ
เทียบระหว่างผล Simulation กับ ผลจากการ
จาโคเบียนเมทริกซ์แบบไปข้างหน้า

Error results compared between numerical
method and lagrange's equation



รูปที่ 10 แรงที่คลาดเคลื่อนของ input เทียบระหว่าง
ผล Simulation กับ ผลจากการสมการตัวแบบเชิงพลวัต

9. สรุปผลการทดลอง

งานวิจัยนี้ได้นำเสนอกระบวนการตรวจสอบสมการ
ตัวแบบเชิงจลศาสตร์ , จาโคเบียนเมทริกซ์แบบไป
ข้างหน้า และ ตัวแบบเชิงพลวัต ของแขนกลเคลื่อนที่สาม
แกน โดยสมการตัวแบบเชิงพลวัตได้รับจาก Lagrange's
equation ในส่วนของชุดสมการ จลศาสตร์แบบผกผัน ,
จลศาสตร์แบบไปข้างหน้า และ จาโคเบียนเมทริกซ์แบบ
ไปข้างหน้า ได้จากที่ได้จากการวิเคราะห์ทาง Geometry
ผ่านโปรแกรม Matlab นำ Output ของโปรแกรม
Matlab และ Output ที่เกิดจากการ Simulation
โปรแกรม Solidworks มาเปรียบเทียบกัน จากผลของ
error แสดงให้เห็นว่า Output ของสมการคณิตศาสตร์ที่
ได้จากการออกแบบมีความคลาดเคลื่อนของ จลศาสตร์
แบบผกผันและจลศาสตร์แบบไปข้างหน้า อยู่ในระดับ
ทศนิยม 3 ตำแหน่ง ส่วน Force และความเร็วพิกัดปลาย
เครื่องมือมีความคลาดเคลื่อนอยู่ในระดับทศนิยม 2
ตำแหน่ง แสดงให้เห็นว่ากระบวนการต่างๆให้ Output มี
ความคลาดเคลื่อนในระดับที่ยอมรับได้ หลังจากนั้นจะนำ
สมการต้นแบบนี้ไปสร้างตัวควบคุมแก่แขนกลโครงสร้าง
ขนานเคลื่อนที่สามแกนจำลองเพื่อทดสอบประสิทธิภาพ
ในการใช้งานจริงและจะทำการปรับแต่งตัวควบคุมเพื่อ
ความเหมาะสมในการทำงานรูปแบบต่างๆต่อไป

10. เอกสารอ้างอิง

- [1] วิบูลย์. 2013. พลวัตระบบและการจำลอง
สถานการณ์ (SYSTEM DYNAMIC S AND
SIMULATION) พิมพ์ครั้งที่ 1. จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย,
กรุงเทพมหานคร
- [2] Joshi, S. and Tsai, L., A comparison study of
two 3-DOF parallel manipulators: one with three
and the other with four supporting legs., IEEE
Transactions on Robotics and Automation ,
Vol.19, Issue.2, April 8, 2003.
- [3] Petko, M., Karpiel, G., Prusak, D. and
Martowicz, A., A new 3-DOF parallel
manipulator., Robot Motion and Control
RoMoCo'04 Proceedings of the Fourth
International Workshop, Puszczkowo, Poland,
June 20-20, 2004.

- [4] Sangveraphunsiri,V. and Tantawiroon N., Novel Design of a 4 DOF Parallel Robot., 2003 JSAE Annual Congress, Yokohama, Japan, May 21-23, 2003.
- [5] Sangveraphunsiri,V. and Tantawiroon N., Design and Analysis of a New H-4 Family Parallel Manipulator, Thammasat International Journal of Science and Technology, Vol.10, No.3, July-September, 2005, pp. 38-52.
- [6] Tsai, L. 1999. Robot Analysis: The Mechanics of Serial and Parallel Manipulators. 1st edition. John Wiley & Sons, Inc.
- [7] Tsai, L., Gregory, C. and Richard, E., Kinematics of a novel three DOF translational platform, Robotics and Automation IEEE International Conference , Minneapolis, MN, USA , August 6, 2002.
- [8] Viboon Sangveraphunsiri and Tawee Ngamvilakorn, Design and Analysis of 6 DOF Haptic Device for Teleoperation Using a SingularityFree Parellel Mechanism, Thammasat International Journal of Science and Technology, Vol.10, No.4, October-December, 2005, pp. 60-69.
- [9] Viboon Sangveraphunsiri and Prasartporn Wongkumchang, Design and Control of a Stewart Platform, the 15th National Conference of Mechanical Engineering, 2001, (in Thai).
- [10] WANG, J., GOSSELIN, C., A new approach for the dynamic analysis of parallel manipulators, Multibody System Dynamics (Springer), 2, 3, pp. 317–334, 1998.
- [11] Wen-Jia, C., Shu-Hong, C., Zhi-gang, X., Ming-Yang, Z., Hong-Guang, W., and Li-Jin, F., A Novel 4-DOF Parallel Manipulator And Its Kinematic Modelling., International Conference on Robotics & Automation, Seoul, Korea , May 21-26, 2001.
- [12] Wen-Li, Y., Song-Wang, J., Ping-Waang, L. and Xin-Jun, X., INVERSE DYNAMICS AND SIMULATION OF A 3-DOF SPATIAL PARALLEL MANIPULATOR., Infeinalionsl Conference on Robotics & AuromPlion, Taipei, Taiwan , Saplember 14-19, 2003.
- [13] Xin-Jun, L. and Jongwon, K., A new three-degree-of-freedom parallel manipulator., Robotics and Automation IEEE International Conference , August 7, 2002.
- [14] Yang, G., Chen, W. and Chen, I., A geometrical method for the singularity analysis of 3-RRR planar parallel robots with different actuation schemes., Intelligent Robots and Systems, IEEE/RSJ International Conference , December 10, 2002.