

การศึกษาเปรียบเทียบการควบคุมตำแหน่งของเอาต์พุตสำหรับระบบเชิงเส้น ด้วยวิธีการควบคุมเหมาะสมที่สุดและวิธีพหุนาม

A Numerical Comparison of Optimal Control and Polynomial-Based Approaches for Linear Output-Transition Control

อารมณ เบิกฟ้า

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหิดล 25/25 ถ.พุทธมนทลสาย 4 ต.ศาลายา อ.พุทธมนทล จ.นครปฐม 73170

ติดต่อ: arom.boe@mahidol.ac.th, เบอร์โทรศัพท์ 02 889 2138 ต่อ 6401-3, เบอร์โทรสาร 02 889 2138 ต่อ 6429

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้ ทำการศึกษาเปรียบเทียบการควบคุมตำแหน่งของเอาต์พุตสำหรับระบบเชิงเส้นด้วยวิธีการควบคุมเหมาะสมที่สุดและวิธีพหุนาม เส้นทางที่เหมาะสมที่สุดในการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งของเอาต์พุตสามารถหาได้โดยการคำนวณค่าต่ำที่สุดของฟังก์ชันต้นทุน อย่างไรก็ตาม ขั้นตอนการคำนวณสำหรับวิธีการควบคุมเหมาะสมที่สุดมีความซับซ้อน ดังนั้น เทคนิควิธีการควบคุมที่ใช้วิธีการคำนวณที่ง่ายกว่า เช่น วิธีพหุนาม สามารถช่วยลดความซับซ้อนในการคำนวณลง โดยงานวิจัยนี้ได้ทำการเปรียบเทียบเส้นทางของเอาต์พุตที่ต้องการเพื่อใช้ในการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งสำหรับโครงสร้างแบบยืดหยุ่นที่ได้จากการคำนวณด้วยวิธีการควบคุมเหมาะสมที่สุดและวิธีพหุนาม ทั้งนี้ เส้นทางของเอาต์พุตที่คำนวณได้ด้วยวิธีทั้งสองดังกล่าว จะถูกนำไปใช้ในการจำลองการเคลื่อนที่ของโครงสร้างแบบยืดหยุ่นด้วยวิธีควบคุมแบบป้อนล่วงหน้า จากผลการศึกษาพบว่าวิธีพหุนามสามารถใช้ทดแทนการควบคุมเหมาะสมที่สุดได้

คำหลัก: การควบคุมแบบป้อนล่วงหน้า; การควบคุมเหมาะสมที่สุด; วิธีพหุนาม; ระบบเชิงเส้น

Abstract

This work aims to compare results between using the optimal control and the polynomial-based approaches for linear systems. The optimal output-trajectory can be obtained by minimizing an appropriate cost function. However, complex calculations might be required when using the optimal control approach. Therefore, a simpler calculation, such as the one obtained by using the polynomial-based approach, tends to be desirable. A flexible structure system is used to illustrate both approaches. Based on the simulation results, the polynomial-based approach can be used to achieve the output transition of the flexible structure system without significant differences when compared to the use of the optimal control approach.

Keywords: Feedforward Control; Optimal Control; Polynomial-Based Approach; Linear Systems

1. บทนำ

การเปลี่ยนตำแหน่งของเอาต์พุต (output transition) จากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่ง เป็นโจทย์พื้นฐานที่พบได้ในทฤษฎีการควบคุมทั้งระบบเชิงเส้น (linear system) [1] และระบบไม่เป็นเชิงเส้น (nonlinear system) [2] ซึ่งสามารถพบเห็นได้ใน การควบคุมตำแหน่งของโครงสร้างแบบยืดหยุ่น (flexible structure) เช่น การควบคุมตำแหน่งของ piezo-based cantilever ของ Atomic Force Microscopes ที่ใช้สำหรับวัดความสูงและคุณสมบัติของพื้นผิวของชิ้นทดสอบ [3]

เส้นทางที่เหมาะสมที่สุดในการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งของเอาต์พุต (optimal desired output trajectory) สามารถหาได้โดยการใช้ การควบคุมที่เหมาะสมที่สุด (optimal control) แต่การคำนวณด้วยวิธีการควบคุมที่เหมาะสมที่สุด มีความซับซ้อน โดยเฉพาะอย่างยิ่ง ในกรณีของระบบไม่เป็นเชิงเส้น [4] ดังนั้น วิธีการที่สามารถคำนวณหาเส้นทางของเอาต์พุตที่ต้องการ ที่ให้ผลลัพธ์ใกล้เคียงกับวิธีการควบคุมที่เหมาะสมที่สุด แต่ใช้การคำนวณที่ง่ายกว่า จึงเป็นตัวเลือกที่น่าสนใจ

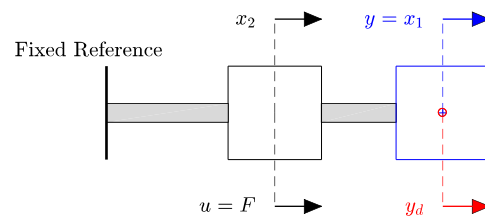
งานวิจัยนี้ ทำการศึกษาและเปรียบเทียบ เส้นทางของเอาต์พุตที่ต้องการเพื่อใช้ในการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งที่คำนวณได้จาก การใช้วิธีควบคุมที่เหมาะสมที่สุด [5] และวิธีพหุนาม (polynomial-based approach) [6], [7], [8] สำหรับระบบเชิงเส้น ทั้งนี้ การเลือกใช้ระบบเชิงเส้นทำให้เราสามารถหาผลเฉลยแม่นยำตรง (exact solution) ด้วยวิธีควบคุมที่เหมาะสมที่สุดได้

โครงสร้างแบบยืดหยุ่นถูกนำมาใช้เป็นระบบตัวอย่าง เพื่อเปรียบเทียบผลการคำนวณ โดยเส้นทางของเอาต์พุตที่ต้องการที่คำนวณได้ จะถูกนำไปตรวจสอบความถูกต้องด้วยการจำลองการเคลื่อนที่ของระบบตัวอย่าง โดยใช้วิธีการควบคุมแบบป้อนล่วงหน้า (inversion-based feedforward control) จากผลการเปรียบเทียบค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของอินพุต (input) และค่าร้อยละ

สูงสุด (percent overshoot) และค่าร้อยละต่ำสุด (percent undershoot) ของเอาต์พุต ที่คำนวณได้จากวิธีทั้งสอง พบว่า วิธีพหุนาม สามารถใช้แทน วิธีควบคุมที่เหมาะสมที่สุด ในการควบคุมการเปลี่ยนตำแหน่งของเอาต์พุตสำหรับระบบเชิงเส้น โดยพบความแตกต่างเพียงเล็กน้อย

2. ทฤษฎีและการคำนวณ

ระบบตัวอย่าง สำหรับ โครงสร้างแบบยืดหยุ่น [5] ในรูปที่ 1 ประกอบด้วย มวล 2 อัน เชื่อมต่อกันด้วยแท่งแบบยืดหยุ่นได้ โดยที่มวลทางซ้ายมือเชื่อมต่อกันด้วยแท่งแบบยืดหยุ่นได้กับแกนอ้างอิงที่ถูกยึดอยู่กับที่ โดยเราต้องการควบคุมเอาต์พุตของระบบ y ให้เคลื่อนที่ตามเส้นทางของเอาต์พุตที่ต้องการ y_d



รูปที่ 1 โครงสร้างแบบยืดหยุ่น

ความสัมพันธ์ระหว่างอินพุต u (แรง F กระทำกับมวลทางด้านซ้ายและตำแหน่งของมวลทางด้านซ้าย คือ x_2) และเอาต์พุต y (ตำแหน่งของมวลทางด้านขวา คือ x_1) สามารถหาได้โดยใช้แบบจำลองทางไฟไนต์เอลิเมนต์ [9] โดยที่ transfer function G ของระบบ

$$G(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{(-0.0060)(s+0.951)(s-1.051)}{(s^2+0.0028s+0.028)(s^2+0.0211s+0.211)} \quad (1)$$

ระบบ G ในสมการที่ (1) สามารถแสดงในรูปแบบของ state-space representation

$$\dot{x}(t) = \frac{d}{dt}(x(t)) = Ax(t) + Bu(t), \forall t > 0 \quad (2)$$

โดยที่ state ของระบบ $x = [x_1 \ x_2 \ \dot{x}_1 \ \dot{x}_2]^T$ เมื่อ $[\]^T$ แทน transpose ของเมทริกซ์

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -0.090 & 0.096 & -0.009 & 0.010 \\ 0.078 & -0.150 & 0.008 & -0.015 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$B = [0 \ 0 \ -0.006 \ 0.0719]' \quad (4)$$

และ เอาต์พุต y

$$y(t) = Cx(t) = [1 \ 0 \ 0 \ 0]x(t), \forall t > 0 \quad (5)$$

เราสามารถเขียน inverse system ของระบบ [5]

ในสมการที่ (1) ได้โดย internal dynamics

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \eta_u(t) \\ \eta_s(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1.051 & 0 \\ 0 & -0.951 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_u(t) \\ \eta_s(t) \end{bmatrix} + \\ &\begin{bmatrix} -0.725 & -0.0725 & -8.695 \\ -0.689 & -0.0689 & -8.271 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_d(t) \\ \dot{y}_d(t) \\ \ddot{y}_d(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6)$$

$\forall t > 0$ และ inverse อินพุต u_{inv}

$$\begin{aligned} u_{inv}(t) &= [12.187 \ -10.490] \begin{bmatrix} \eta_u(t) \\ \eta_s(t) \end{bmatrix} + \\ &[-15 \ -1.5 \ -167] \begin{bmatrix} y_d(t) \\ \dot{y}_d(t) \\ \ddot{y}_d(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (7)$$

$\forall t > 0$ โดยที่ η_u คือ unstable internal state, η_s

คือ stable internal state, $[y_d \ \dot{y}_d \ \ddot{y}_d]'$ คือ ตำแหน่งและอนุพันธ์ (time derivatives) ของเอาต์พุตที่ต้องการ จนถึง relative degree $r = 2$ สำหรับระบบ ตัวอย่าง ในสมการที่ (1)

2.1 วิธีการควบคุมที่เหมาะสมที่สุด (optimal output-transition control)

วิธีการควบคุมที่เหมาะสมที่สุด [5] สามารถทำได้โดยการกำหนดฟังก์ชันต้นทุน (cost function)

$$\min_{y_{T_u}^{(3)}} \left[J_{T_u} = \int_0^{T_u} [y_{T_u}^{(3)}(\tau)]^2 d\tau \right] \quad (8)$$

สำหรับระบบตัวอย่าง ในสมการที่ (1)

$$y_{T_u}^{(3)}(t) = \frac{d}{dt} [\ddot{y}_d(t)] \quad (9)$$

เป็นฟังก์ชันของเวลาที่ใช้เพื่อเปลี่ยนตำแหน่งของเอาต์พุต (transition time) T_u

เราสามารถนำ internal dynamics จากสมการที่ (6) มาใช้กำหนดเป็นเงื่อนไข (constraint) ในการควบคุมที่เหมาะสมที่สุด ได้ดังนี้

$$\frac{d}{dt} \tilde{x}(t) = \tilde{A}\tilde{x}(t) + \tilde{B}y_{T_u}^{(3)}(t), t \in [0, T_u] \quad (10)$$

โดยที่ $\tilde{x} = [y_d \ \dot{y}_d \ \ddot{y}_d \ \eta_u \ \eta_s]'$

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.725 & -0.0725 & -8.695 & 1.051 & 0 \\ -0.689 & -0.0689 & -8.271 & 0 & -0.951 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\tilde{B} = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0]' \quad (12)$$

เราสามารถคำนวณหา $y_{T_u}^{(3)}$ ในสมการที่ (10) โดยใช้ทฤษฎีการควบคุมที่เหมาะสมที่สุด [5]

$$y_{T_u}^{(3)}(t) = \tilde{B}' [e^{\tilde{A}'(T_u-t)}] [G_{tran}^{-1}(T_u)] [\tilde{x}(T_u) - \tilde{x}(0)e^{\tilde{A}T_u}] \quad (13)$$

$t \in [0, T_u]$ และ invertible controllability gramian G_{tran}

$$G_{tran}(T_u) = \int_0^{T_u} e^{\tilde{A}(T_u-\tau)} \tilde{B} \tilde{B}' e^{\tilde{A}'(T_u-\tau)} d\tau \quad (14)$$

กำหนดให้ค่าเริ่มต้นของเอาต์พุตและ internal state คือ

$$\begin{bmatrix} y(0) & \dot{y}(0) & \ddot{y}(0) & \eta_u(0) & \eta_s(0) \end{bmatrix}' = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}' \quad (15)$$

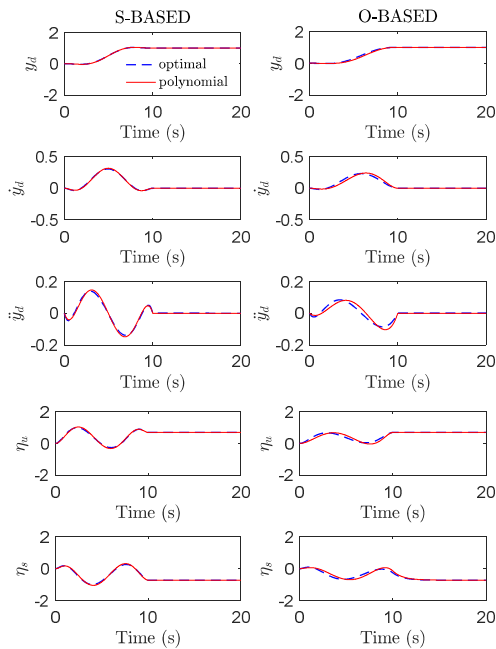
และค่าสุดท้ายของเอาต์พุตและ internal state คือ

$$\begin{bmatrix} \bar{y} & \bar{\dot{y}} & \bar{\ddot{y}} & \bar{\eta}_u & \bar{\eta}_s \end{bmatrix}' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0.689 & -0.725 \end{bmatrix}' \quad (16)$$

การกำหนดเงื่อนไขให้ $\eta_u(T_u) = \bar{\eta}_u$ และ $\eta_s(T_u) = \bar{\eta}_s$ ในสมการที่ (16) ทั้งแถวที่ 4 และ 5 ของเมทริกซ์ $\tilde{A}$ ในสมการที่ (11) เป็นการทำให้ state ของระบบเข้าสู่ตำแหน่งสมดุลสุดท้าย (final equilibrium)

position) ที่เวลา $t = T_u$ โดยวิธีการควบคุมเอาต์พุตแบบนี้ เราจะเรียกว่า วิธีการแบบ State-Transition-Based (S-BASED) ทั้งนี้ หากเรากำหนดเงื่อนไขเฉพาะ $\eta_u(T_u) = \bar{\eta}_u$ และไม่กำหนดเงื่อนไขให้ $\eta_s(T_u) = \bar{\eta}_s$ เราจะวิธีแบบนี้เรียกว่า วิธีการแบบ Output-Transition-Based (O-BASED)

ด้วยหลักการของการควบคุมแบบเหมาะสมที่สุด เราจะได้เส้นทางของเอาต์พุตที่ต้องการ (desired trajectory) (y_d , $\dot{y}_d$, $\ddot{y}_d$, η_u , และ η_s สำหรับวิธีการแบบ S-BASED และ y_d , $\dot{y}_d$, $\ddot{y}_d$, และ η_u สำหรับวิธีการแบบ O-BASED) แสดงด้วยเส้นประ ในรูปที่ 2 (รูปซ้ายสำหรับวิธีการแบบ S-BASED และ รูปขวาสำหรับวิธีการแบบ O-BASED) เมื่อเวลาที่ใช้เพื่อเปลี่ยนตำแหน่งของเอาต์พุต $T_u = 10$ s



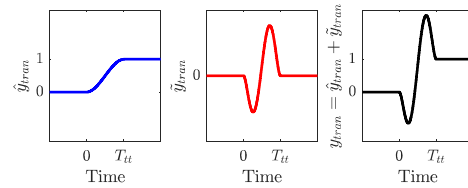
รูปที่ 2 เส้นทางของเอาต์พุตที่ต้องการ โดยใช้วิธีการควบคุมเหมาะสมที่สุด (เส้นประ) และวิธีพหุนาม (เส้นทึบ) และ (รูปซ้าย) วิธีการแบบ S-BASED และ (รูปขวา) วิธีการแบบ O-BASED

2.2. วิธีพหุนาม (polynomial-based approach)

วิธีพหุนาม [6], [7], [8] เป็นการใชัพหุนาม (polynomial) ในการคำนวณเส้นทางของเอาต์พุตที่ต้องการ ซึ่งพหุนาม y_{tran} ประกอบไปด้วย

$$y_{tran} = \hat{y}_{tran} + \tilde{y}_{tran} \quad (17)$$

โดย $\hat{y}_{tran}$ คือ พหุนามหลัก (main polynomial) ซึ่งถูกใช้ในการเคลื่อนย้ายตำแหน่งของเอาต์พุต และ $\tilde{y}_{tran}$ คือ พหุนามยืดหยุ่น (flexible polynomial) ซึ่งถูกใช้ในการแก้ Boundary Value Problem (BVP) ของ internal dynamics โดยพหุนามยืดหยุ่น $\tilde{y}_{tran}$ จะไม่ส่งผลกระทบต่อตำแหน่งเริ่มต้นและตำแหน่งสุดท้ายของเอาต์พุต หลักการของพหุนามทั้งสองแบบ แสดงในรูปที่ 3



รูปที่ 3 พหุนามหลักและพหุนามยืดหยุ่น

พหุนาม y_{tran} สำหรับระบบตัวอย่างในสมการที่ (1) ที่มี relative degree $r = 2$ สามารถกำหนดได้โดยพหุนามหลัก $\hat{y}_{tran}$

$$\hat{y}_{tran} = 10 \left(\frac{t}{T_u} \right)^3 - 15 \left(\frac{t}{T_u} \right)^4 + 6 \left(\frac{t}{T_u} \right)^5 \quad (18)$$

$t \in [0, T_u]$ และพหุนามยืดหยุ่น $\tilde{y}_{tran}$ สำหรับวิธีการแบบ S-BASED

$$\begin{aligned} \tilde{y}_{tran} = & (-p_{s,1} - 3p_{s,2}) \left(\frac{t}{T_u} \right)^3 + (3p_{s,1} + 8p_{s,2}) \left(\frac{t}{T_u} \right)^4 + \\ & (-3p_{s,1} - 6p_{s,2}) \left(\frac{t}{T_u} \right)^5 + p_{s,1} \left(\frac{t}{T_u} \right)^6 + p_{s,2} \left(\frac{t}{T_u} \right)^7 \end{aligned} \quad (19)$$

$t \in [0, T_u]$ โดยที่ค่าสัมประสิทธิ์ $p_{s,1}$ และ $p_{s,2}$ ใช้สำหรับแก้ BVP ของ internal dynamics $\dot{\eta}_u$ และ $\dot{\eta}_s$ ในสมการที่ (6) ด้วย boundary conditions ในสมการที่ (15) และ (16) และ พหุนามยืดหยุ่น $\tilde{y}_{tran}$ สำหรับวิธีการแบบ O-BASED

$$\ddot{y}_{tran} = -p_o \left(\frac{t}{T_u} \right)^3 + 3p_o \left(\frac{t}{T_u} \right)^4 - 3p \left(\frac{t}{T_u} \right)^5 + p_o \left(\frac{t}{T_u} \right)^6 \quad (20)$$

$t \in [0, T_u]$ โดยที่ค่าสัมประสิทธิ์ p_o ใช้สำหรับแก้ BVP ของ internal dynamics ในสมการที่ (6) ด้วย boundary conditions ในสมการที่ (15) และ (16) และนำข้อมูลดังกล่าวไปใช้ในการแก้สมการที่ (6) เพื่อหา stable internal state η_s

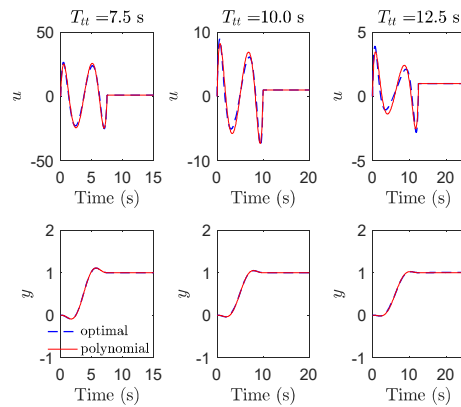
ค่าสัมประสิทธิ์ p ในสมการที่ (19) และ (20) สำหรับระบบตัวอย่างในสมการที่ (1) มีค่า $p_{s,1} = 284.0$, $p_{s,2} = -81.5$ และ $p_o = 18.0$ เมื่อเวลาที่ใช้เพื่อเปลี่ยนตำแหน่งของเอาต์พุต $T_u = 10$ s (การคำนวณสามารถทำได้ โดยใช้คำสั่ง bvp4c ในการแก้ BVP ของ internal dynamics ด้วยโปรแกรม MATLAB [7]) เส้นทางของเอาต์พุตที่ต้องการจากการคำนวณด้วยวิธีพหุนาม แสดงด้วยเส้นทึบ ในรูปที่ 2 ซึ่งเราจะเห็นว่าผลลัพธ์ที่ได้จากวิธีการควบคุมเหมาะสมที่สุดและวิธีพหุนาม มีความแตกต่างกันเพียงเล็กน้อย

ผลลัพธ์ที่คำนวณได้จากทั้งสองวิธีสามารถนำมาเปรียบเทียบกัน เนื่องจาก ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณระหว่างสองวิธีดังกล่าวมีความเทียบเท่ากัน คือ ค่าความเร่งที่จุดเริ่มต้น $\ddot{y}_d(0) = 0$ และที่จุดสุดท้าย $\ddot{y}_d(T_u) = 0$ ตามที่ได้กำหนดไว้ในฟังก์ชันต้นทุนในสมการที่ (8) สำหรับวิธีควบคุมเหมาะสมที่สุด และตามทฤษฎีของวิธีพหุนาม [7], [8]

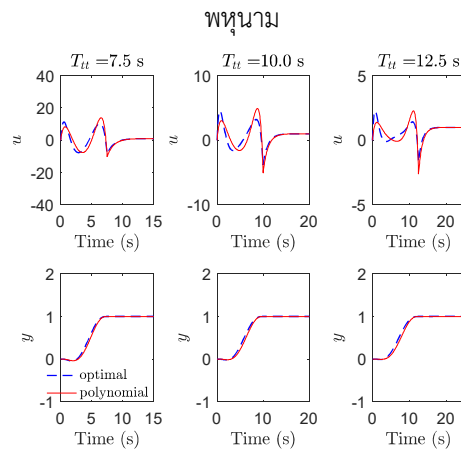
3. ผลการคำนวณ

เราสามารถตรวจสอบความถูกต้อง ของเส้นทางของเอาต์พุตที่ต้องการ ในรูปที่ 2 โดยใช้วิธีการจำลองการเคลื่อนที่ ซึ่งทำได้โดยการแก้สมการเชิงอนุพันธ์ (differential equation) ของระบบในสมการที่ (1) ด้วยคำสั่ง lsim หรือ ode45 ในโปรแกรม MATLAB เมื่อค่าอินพุต $u = u_{inv}$ ที่คำนวณได้จากการแทนค่าเส้นทางของเอาต์พุตที่ต้องการลงในสมการที่ (7)

การจำลองการเคลื่อนที่ของเอาต์พุต y สามารถแสดงในรูปที่ 4 สำหรับวิธีแบบ S-BASED และ รูปที่ 5 สำหรับวิธีแบบ O-BASED (เส้นประสำหรับวิธีการควบคุมแบบเหมาะสมที่สุด และเส้นทึบสำหรับวิธีพหุนาม) ซึ่งเราจะเห็นได้ว่าค่าเอาต์พุต y เปลี่ยนจากตำแหน่ง 0 เป็น 1 ภายในเวลาที่ใช้เพื่อเปลี่ยนตำแหน่งของเอาต์พุต T_u ต่างๆ กัน ได้ตามที่กำหนดเงื่อนไขไว้ในสมการที่ (15) และ (16)



รูปที่ 4 ผลการจำลองการเคลื่อนที่ของเอาต์พุต สำหรับวิธีแบบ S-BASED ด้วยวิธีการควบคุมเหมาะสมที่สุดและวิธี

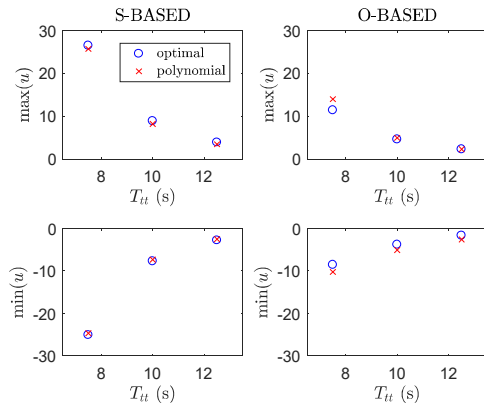


รูปที่ 5 ผลการจำลองการเคลื่อนที่ของเอาต์พุต สำหรับวิธีแบบ O-BASED ด้วยวิธีการควบคุมเหมาะสมที่สุดและวิธี

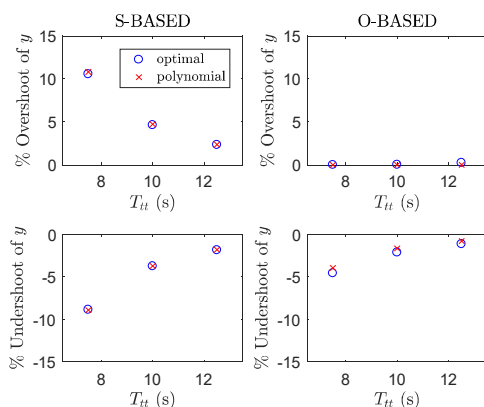
พหุนาม

การเปรียบเทียบค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของอินพุต u และค่าร้อยละสูงสุดที่สูงกว่า 1 (percent overshoot) และค่าร้อยละต่ำสุดที่ต่ำกว่า 0 (percent undershoot)

ของเอาต์พุต y สำหรับ เวลาที่ใช้เพื่อเปลี่ยนตำแหน่งของเอาต์พุต T_u แตกต่างกัน $T_u = 7.5, 10, 12.5$ s แสดงใน รูปที่ 6 และ รูปที่ 7 ตามลำดับ (รูปซ้ายสำหรับวิธีแบบ S-BASED และรูปขวาสำหรับวิธีแบบ O-BASED) ซึ่งความแตกต่างระหว่างสองวิธี (วิธีการควบคุมเหมาะสมที่สุดและวิธีพหุนาม) เกิดขึ้นเพียงเล็กน้อย



รูปที่ 6 การเปรียบเทียบค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของอินพุตที่คำนวณได้จากวิธีการควบคุมเหมาะสมที่สุดและวิธีพหุนาม



รูปที่ 7 การเปรียบเทียบค่าร้อยละสูงสุดที่สูงกว่า 1 (percent overshoot) และค่าร้อยละต่ำสุดที่ต่ำกว่า 0 (percent undershoot) ของเอาต์พุตที่คำนวณได้จากวิธีการควบคุมเหมาะสมที่สุดและวิธีพหุนาม

4. สรุป

งานวิจัยนี้ได้ทำการเปรียบเทียบการควบคุมตำแหน่งของเอาต์พุต ด้วยวิธีควบคุมเหมาะสมที่สุดและวิธีพหุนาม

ของระบบเชิงเส้น จากผลการคำนวณและการจำลองการเคลื่อนที่ด้วยระบบโครงสร้างแบบยืดหยุ่น พบว่า ค่าอินพุตและเอาต์พุตของระบบที่คำนวณได้จากวิธีควบคุมเหมาะสมที่สุดและวิธีพหุนาม มีความแตกต่างกันเพียงเล็กน้อย ดังนั้น วิธีพหุนามที่ใช้เทคนิคการคำนวณที่ง่ายกว่า สามารถใช้แทนวิธีควบคุมเหมาะสมที่สุดได้

5. กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยนี้ ได้รับการสนับสนุนจาก ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ ม.มหิดล

6. เอกสารอ้างอิง

- [1] H. Perez and S. Devasia, "Optimal Output-Transitions for Linear Systems," *Automatica*, vol. 39, no. 2, pp. 181-192, Feb. 2003.
- [2] S. Devasia, "Nonlinear Minimum-Time Control With Pre- and Post-Actuation," *Automatica*, vol. 47, no. 7, pp. 1379-1387, Jul. 2011.
- [3] A. Boekfah and S. Devasia, "Output-boundary regulation: High-speed AFM imaging application," in *ASME Dynamic Systems and Control Conference*, Palo Alto, CA, USA, 2013.
- [4] A. Boekfah, "Nonlinear Output-Transition Control for Nonminimum-Phase Systems: The VTOL Example," in the *2nd International Conference on Control and Robotics Engineering*, Bangkok, Thailand, 2017.
- [5] A. Boekfah and S. Devasia, "Output-Boundary Regulation Using Event-Based Feedforward for Nonminimum-Phase Systems," *IEEE Transactions on Control Systems*



Technology, vol. 24, no. 1, pp. 265-275, Jan. 2016.

- [6] A. Piazzì and A. Visioli, "Minimum-Time System-Inversion-Based Motion Planning for Residual Vibration Reduction," IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, vol. 5, no. 1, pp. 12-22, Mar. 2000.
- [7] K. Graichen, V. Hagenmeyer and M. Zeitz, "A New Approach to Inversion-Based Feedforward Control Design for Nonlinear Systems," Automatica, vol. 41, no. 12, pp. 2033-2041, Dec. 2005.
- [8] A. Boekfah and S. Devasia, "Output-Boundary Regulation for Nonlinear Nonminimum-Phase Systems," in ASME Dynamic Systems and Control Conference, Minneapolis, MN, 2016.
- [9] K. J. Bathe, Finite Element Procedures in Engineering Analysis, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1982.