## การวิเคราะห์ความเค้นตกค้างเนื่องจากอุณหภูมิในบริเวณสนามความเค้นซิงกุลาริตี้ รอบจุดมุมรอยต่อในวัสดุต่างชนิดโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ Analysis of Thermal Residual Stress Singularity Field in Dissimilar Material Joint using 3D-FEM

<u>ชัยพล ทรงสิทธิโชค</u> และอรรถพร วิเศษสินธุ์

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ เลขที่ 50 ถนนพหลโยธิน แขวงลาดยาว เขตจตุจักร กรุงเทพฯ 10900 \*ติดต่อ: fengapw@ku.ac.th, 02-942-8555 ต่อ 1861

### บทคัดย่อ

ความเสียหายที่เกิดขึ้นในอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์บ่อยครั้งมักเกิดจากความเค้นที่ตกค้างจากกระบวนการ ผลิต ซึ่งในกระบวนการผลิตอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ต่าง ๆนั้นจะต้องผ่านกระบวนการเชื่อมอุปกรณ์ประมวลผลหรือ ชิพเข้ากับแผงวงจรโดยใช้วัสดุประเภทเรซิ่นเป็นตัวประสาน โดยวัสดุที่กล่าวมาทั้งหมดนี้มีคุณสมบัติเชิงกล แตกต่างกันอย่างชัดเจน ซึ่งในกระบวนการเชื่อมดังกล่าวนี้จะทำให้ชิ้นงานเกิดความร้อนสูงมาก และเมื่อเสร็จสิ้น กระบวนการผลิตชิ้นงานจะถูกปล่อยให้เย็นตัวลงมาที่อุณหภูมิห้องจึงทำให้เกิดความเค้นตกค้างเนื่องจากการ เปลี่ยนแปลงอุณหภูมิขึ้นภายในชิ้นงานเป็นสาเหตุให้อายุการใช้งานของอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ลดลง ดังนั้น งานวิจัยชิ้นนี้ผู้วิจัยจึงได้มุ่งเน้นที่จะศึกษาผลกระทบของความเค้นตกค้างเนื่องจากภาระทางอุณหภูมิโดยใช้วิธีไฟ ในต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ โดยให้ความสนใจไปที่บริเวณสนามความเค้นซิงกุลาริตี้รอบจุดมุมของรอยต่อระหว่าง วัสดุต่างชนิดเนื่องจากบริเวณดังกล่าวนี้เป็นบริเวณที่มีความเค้นเพิ่มขึ้นสูงอย่างรวดเร็วจึงมีความเสียงต่อการเกิด ความเสียหายมากที่สุด และทำการหาความสมพันธ์ระหว่างระยะรัศมีจากจุดซิงกุลากับปริมาณความเค้นในชิ้นงาน เพื่อดูพฤติกรรมการเปลี่ยนแปลงความเค้นในชิ้นงาน

้*คำหลัก:* ความเค้นตกค้างทางอุณหภูมิ, สนามความเค้นซิงกุลาริตี้, กระบวนการไฟไนต์เอลิเมนต์

### Abstract

The failure of electronic devices usually causes by residual stress from the manufacturing process. In chip size packaging (CSP) process, the integrated circuit (IC, silicon) is attached to the substrate that uses resin sheet to maintain the interconnection. These three materials have large differences in Young's modulus, Poisson's ratio and thermal expansion coefficient. Under thermal and mechanical load, the mismatch of material properties produces the excessive stress around the corner and along the free edge of interconnections. In this paper, three layers of dissimilar materials were jointed in bonding process and then tensioned by external force at room temperature using FEM. The residual thermal stress in singularity field around the corner of dissimilar material joints was determined. Finally, the effect of residual thermal stress was discussed.

Keywords: Thermal Residual Stress, Stress Singularity, Finite Element Method

การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทย ครั้งที่ 27 ME-NE

16-18 ตุลาคม 2556 พัทยา จังหวัดชลบุรี

### AMM-2024

ประกบกันในรูปแบบ 3 มิติ โดยที่คุณสมบัติของวัสดุ นั้นต่างกัน Bogy และ Wang [7-8] ได้วิเคราะห์ปญหา รอยต่อของชิ้นงานที่มีคุณสมบัติวัสดุต่างกันมาประกบ กันบนแผ่นเรียบ โดยได้ทดสอบภายใต้แรงดึง พบว่า ระดับความเค้นซิงกุลาริตี้ขึ้นอยู่กับค่าคุณสมบัติของ วัสดุและองศาจากรอยต่อที่เข้าไปในชิ้นงาน

Kawai, Fujitani และ Kobayashi [9] ได้วิเคราะห์ ้ค่าความเค้นที่รอยแตกรูปทรงกลวยโดยประยุกต์วิธี ของวิลเลี่ยมมาใช้ในการแก้ปัญหารอยแตก 3 มิติ โดย ใช้การวิเคราะห์เชิงตัวเลขมาวิเคราะห์ค่าไอเกนของ รอยแตกรูปทรงกลวย Kawai, Fujitani และKumagai [10] ได้ศึกษาความเค้นซิงกุลาริตี้ของรอยแตกใน 3 มิติโดยเฉพาะพฤติกรรมของรอยแตกที่เป็นเส้นตรง จากจุดเริ่มต้นไปจนถึงจุดสิ้นสุด Bazent กับ Estenssoro [11] และ Yamada กับ Okumura [12] ได้พัฒนาการวิเคราะห์ไฟในต์เอลิเมนต์สำหรับแก้ สมการหาค่าไอเกนโดยตรง เพื่อหาระดับความเค้นซิง กุลาริตี้ และการเปลี่ยนแปลงเชิงมุมของความเค้นและ ระยะรัศมีต่อความยาว การวิเคราะห์ไอเกนนี้ถูก นำมาใช้หาค่าระดับซิ่งกุลาริตี้ที่จุดบนรอยแตกของ แผ่นวัสดุที่มีคุณสมบัติเหมือนกัน

ต่อมา Pageau, Joseph และ Biggers [14] ได้ ประยุกต์การวิเคราะห์ไอเกนจากไฟในต์เอลิเมนต์ สำหรับวิเคราะห์รอยต่อบนแผ่นเรียบของวัสดุที่มี คุณสมบัติต่างกัน ค่าความเค้นและค่ารัศมีต่อความ ยาวหาจากการกำหนดค่าไอเกนจากส่วนจริง และส่วน เชิงซ้อนของระดับความเค้นซิงกุลาริตี้ Pageau และ Biggers [15] ได้หาระดับความเค้นบริเวณซิงกุลาริตี้ และการเปลี่ยนแปลงเชิงมุมและความเค้นรอบจุดซิง กุลาในรอยต่อของชิ้นงาน 3 มิติที่มีคุณสมบัติวัสดุ ต่างกัน โดยใช้สมมติฐานแผ่นความเครียด 2 มิติ

Koguchi [16] ได้ตรวจสอบค่าระดับความเค้นซิง กุลาริตี้ที่จุดมุมและบนเส้นความเค้นซิงกุลาริตี้ระหว่าง วัสดุสองชนิดที่มีคุณสมบัติต่างกัน โดยใช้การวิเคราะห์ ค่าไอเกน ส่วนการกระจายตัวของความเค้นรอบจุดมุม หาได้โดยวิธีบาวน์ดะรีเอลิเมนต์ Koguchi [17] ได้ ประมาณค่าความเข้มของความเค้นบริเวณซิงกุลาริตี้

### 1. บทน้ำ

ชิ้นส่วนที่มีรอยต่อของวัสดุต่างชนิดกันมาเชื่อม ดิดกันนั้นสามารถพบได้ในชิ้นส่วนทางวิศวกรรม หลายๆชนิดโดยเฉพาะอย่างยิ่งชิ้นส่วนในอุปกรณ์ อิเล็กทรอนิกส์องค์ประกอบหลักของอุปกรณ์ ้อิเล็กทรอนิกส์ที่ใช้กันอย่างแพร่หลายในป<sup>ั</sup>จจุบัน คือ แผงวงจร และชิปประมวลผล ซึ่งแผงวงจรและชิปจะ เชื่อมติดกันด้วยวัสดุจำพวกโพลิเมอร์หรือเรซิน ดังนั้นจึงอาจกล่าวได้ว่าการจัดเรียงตัวในรูปแบบ ดังกล่าวมีลักษณะเป็นแบบแซนด์วิช ซึ่งใน กระบวนการประกอบชิ้นงานจะทำให้เกิดความร้อนสูง ในระหว่างการเชื่อมติดชิ้นงาน หลังจากกระบวนการ เชื่อมเสร็จชิ้นงานจะถูกปล่อยให้เย็นตัวลงมาที่ อุณหภูมิห้อง ดังนั้นขณะที่ชิ้นงานมีอุณหภูมิสูงจะเกิด การขยายตัวของชิ้นงานขึ้นและหลังจากอุณหภูมิของ ชิ้นงานลดลงจะทำเกิดการหดตัวของชิ้นงาน ซึ่งการ ยืดและหดตัวของชิ้นงานที่เป็นผลจากการ เปลี่ยนแปลงอุณหภูมินี้ทำให้เกิดความเค้นขึ้นภายใน ชิ้นงานซึ่งเรียกว่าความเค้นตกค้างภายในชิ้นงาน ทำ ให้มีผลกระทบต่ออายุการใช้งานของชิ้นงานเป็นอย่าง มาก ดังนั้นการที่จะศึกษาเพื่อหาความเค้นตกค้าง ภายในชิ้นงานที่มีผลจากภาระทางอุณหภูมิที่เกิดขึ้นใน กระบวนการผลิตจึงมีความสำคัญอย่างมาก

ซึ่งในอดีตได้มีผู้ทำการศึกษาค่าของความเค้น บริเวณซิงกุลาริตี้ไว้มากมาย อาทิเช่น William [1-4] ได้ใช้การวิเคราะห์เชิงตัวเลขในการหาค่าความเค้นซิง กุลาริตี้ในรอยบากรูปลิ่มที่ยาวมาก ๆ และนำข้อมูลที่ ได้มาประยุกต์ใช้ในการวิเคราะห์การกระจายตัวของ ความเค้นแถวจุดปลายของรอยแตก ต่อมา Zak และ William [5] ใช้ไอเกนฟังก์ชันวิเคราะห์ความเค้น บริเวณซิงกุลาริตี้ที่ปลายของรอยแตกที่ตั้งฉากกับ พื้นผิวรอยต่อของชิ้นงานที่มีวัสดุสองชนิดมาประกบ กัน พบว่าค่าไอเกนจะอยู่ในช่วง 0 ถึง 1 ขึ้นอยู่กับ ความสัมพันธ์ของการกระจายตัวของความเค้นและ ระดับความเค้นซิงกุลาริตี้ของรอยแตก

Aksentian [6] หาค่าไอเกนและไอเกนเวกเตอร์ที่ จุดซิงกุลาบนจุดมุมของชิ้นงานที่มีวัสดุต่างชนิดมา การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทย ครั้งที่ 27 ME-NE

16-18 ตุลาคม 2556 พัทยา จังหวัดชลบุรี

## AMM-2024

จากความเค้นที่ได้จากวิธีบาวน์ดะรีเอลิเมนต์ด้วยวิธี กำลังสองน้อยที่สุด (least square method)

Attaporn และ Koguchi [18-19] ได้หาค่าความ เข้มของความเค้นบริเวณซิงกุลาริตี้โดยใช้วิธีเอนริชไฟ ในต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ (3D-Enriched FEM) ซึ่งเป็น วิธีที่พัฒนาขึ้นมาเพื่อหาค่าความเข้มของความเค้น บริเวณซิงกุลาริตี้ได้โดยตรงจากการคำนวณทางไฟ ในต์เอลิเมนต์และสามารถลดจำนวนเอลิเมนต์ลงจาก การใช้เอลิเมนต์แบบละเอียดในวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ทั่วไปโดยใช้เอลิเมนต์ที่มีขนาดใหญ่แต่สามารถ ประมาณค่าได้ใกล้เคียงกับการใช้เอลิเมนต์แบบ ละเอียด โดยการเพิ่มความซับซ้อนของสมการไฟไนต์ เอลิเมนต์

Koguchi และ Nakajima [20] ได้ทำการศึกษาเพื่อ หาความเค้นบริเวณซิงกุลาริตี้ที่เกิดจากผลของแรงดึง ภายนอกที่กระทำ โดยใช้วิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์ และ วิธีบาวน์ดะรีเอลิเมนต์ ในวัสดุประกอบแบบแซนด์วิช ซึ่งประกอบด้วยวัสดุที่มีคุณสมบัติแตกต่างกันสาม ชนิด ผลที่ได้คือทำให้ทราบความเค้นที่หน้าสัมผัสทั้ง สองหน้าของชิ้นงาน

[21] ได้ Koauchi. Nakajima และ Saito ทำการศึกษาต่อยอดจากแบบจำลองเดิมโดยทำการ เพิ่มภาระทางอุณหภูมิเข้าไป โดยวิธีการศึกษายังคง ใช้วิธีบาวน์ดะรีเอลิเมนต์ในวัสดุประกอบแบบแซนด์วิช ผลที่ได้คือสามารถทราบความเค้นที่เกิดขึ้นที่ความ หนาต่างๆของชั้นเรซิ่นที่หน้าสัมผัสทั้งสองของชิ้นงาน อย่างไรก็ตามงานวิจัยที่ใช้วิธีการทางบาวน์ดะรีเอ ้ลิเมนต์นั้นไม่สามารถนำไปใช้สำหรับชิ้นส่วนที่มีค่า คุณสมบัติของวัสดุในแต่ละส่วนของชิ้นงานที่แตกต่าง กันได้เช่นวัสดุที่ถูกแรงกระทำจนเกิดความต่างของ คุณสมบัติแยกเป็นแบบอิลาสติกและพลาสติก เพราะ ไม่มีเอลิเมนต์กำหนดภายใน ซึ่งการที่มีเอลิเมนต์ ภายในดังกล่าวนี้สามารถที่จะนำไปพัฒนาการ ้วิเคราะห์สนามความเค้นซิงกุลาริตี้แบบอิลาสติก-พลาสติกได้ ดังนั้นในเบื้องต้นสำหรับงานวิจัยเฉพาะ วัสดุแบบอิลาสติก

กิติศักดิ์ ทวีรัตนผล และ อรรถพร วิเศษสินธุ์ [22] ได้ทำการศึกษาและวิเคราะห์ค่าความเข้มของ ความเค้นในบริเวณซิงกุลาริตี้ โดยใช้วิธีไฟในต์เอลิ เมนต์แบบ 3 มิติที่มีเอลิเมนต์เต็มทุกส่วนภายใน ชิ้นงานแบบจำลองแซนด์วิช และนำไปรับภาระแรงดึง ภายนอก จากนั้นได้ทำการเปลี่ยนความหนาของวัสดุ และชนิดของวัสดุเพื่อทดลองหาความสัมพันธ์ระหว่าง คุณสมบัติของวัสดุเพื่อทดลองหาความสัมพันธ์ระหว่าง คุณสมบัติของวัสดุที่มีผลต่อความเค้นที่เกิดขึ้นภายใน ชิ้นงาน โดยผลที่ได้จากงานวิจัยทำให้ทราบค่าความ เข้มของความเค้นและค่าความเค้นภายในซิ้นและ จำนวนเอลิเมนต์ที่เหมาะสมที่ใช้ในการคำนวณไฟไนต์ เอลิเมนต์เท่ากับ 74000 เอลิเมนต์ โดยแบบจำลอง ทางไฟในต์เอลิเมนต์นี้ได้นำมาปรับปรุงให้เป็น แบบจำลองที่ใช้วิจัยในบทความนี้ด้วย

ชัยพล ทรงสิทธิโชค และ อรรถพร วิเศษสินธุ์ [23] ได้ ทำการศึกษาการเปลี่ยนแปลงปริมาณความ เค้นเมื่อมีภาระทางอุณหภูมิและแรงดึงบริเวณซิงกุลา ริตี้ระหว่างหน้าสัมผัสของวัสดุต่างชนิด โดยใช้ แบบจำลองทางไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ประกอบด้วยวัสดุ 3 ชนิดในการวิเคราะห์ ได้ข้อสรุปคือเมื่อมีภาระทาง อุณหภูมิเพิ่มเข้ามาจะทำให้ความเค้นในชิ้นงาน เพิ่มขึ้นสูงอย่างเห็นได้ชัด

ในบทความนี้ได้มุ่งเน้นที่จะศึกษาหาความเค้น ตกค้างบริเวณซิงกุลาริตี้ที่เกิดจากภาระทางอุณหภูมิ จากกระบวนการขึ้นรูปและการเปลี่ยนแปลงความเค้น เมื่อชิ้นงานดังกล่าวถูกดึงด้วยภาระทางกลและทำการ เปลี่ยนแปลงความหนาของเรซิ่นเพื่อวิเคราะห์การ เปลี่ยนแปลงความเค้น โดยใช้แบบจำลองแบบ แซนด์วิชที่ประกอบด้วยวัสดุที่มีคุณสมบัติแตกต่างกัน 3 ชนิด เพื่อหาความเค้นที่เกิดขึ้นที่หน้าสัมผัสทั้งสอง ของแบบจำลองและผลของความเค้นตกค้างที่เกิดจาก ภาระทางอุณหภูมิ

### 2. แบบจำลองไฟไหต์เอลิเมหต์

แบบจำลองทางไฟในต์เอลิเมนต์ที่ใช้ในงานวิจัยนี้ เป็นแบบจำลอง 3 มิติที่มีวัสดุ 3 ชนิดมาเชื่อมต่อ ติดกันแบบอุดมคติ โดยรูปแบบการเชื่อมต่อของวัสดุ



การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทย ครั้งที่ 27

16-18 ตุลาคม 2556 พัทยา จังหวัดชลบุรี

นาทีและลดอุณหภูมิลงมาที่ 25 องศาเซลเซียสโดยใช้ เวลาในการลดอุณหภูมิ 5 นาที และเมื่ออุณหภูมิของ แบบจำลองเท่ากับ 25 องศาเซลเซียส แบบจำลองจะ ถูกดึงด้วยแรงภายนอก (σ,=1 MPa) ที่พื้นผิวด้านบน



ทั้ง 3 ชนิดเป็นไปตามรูปที่ 1 และเนื่องจากแบบจำลอง ที่สร้างขึ้นมีลักษณะสมมาตร ดังนั้นในการคำนวณจึง ได้เลือกใช้แบบจำลองขนาดเท่ากับ 1 ใน 4 เท่าของ ขนาดแบบจำลองจริง โดยแบบจำลองที่เลือกใช้นั้นได้ กำหนดความหนาของชั้นเรซินเท่ากับ 1 มิลลิเมตร และมีค่าคุณสมบัติของวัสดุแสดงไว้ในตารางที่ 1



รูปที่ 1 แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์

d		20	<u>د</u>
ตารางท	1	คณสมบตของวสด	
		9	9

Material	Young's	Poisson's	Thermal
	modulus		Expansion
	(GPa)	TallO	[10 <sup>-6</sup> /K]
Silicon	166.0	0.26	3.0
Resin	2.74	0.38	33.0
FR-4.5	15.34	0.15	14.0

จากรูปที่ 4 แสดงปัญหาค่าขอบเขตของ แบบจำลองที่ใช้ในการทดลองโดยแบบจำลองจะถูกยึด ไม่ให้เคลื่อนที่ตามแกนต่าง ๆทั้ง 3 ด้าน ภาระที่ กระทำกับแบบจำลองประกอบด้วยภาระทางอุณหภูมิ และภาระเชิงกลซึ่งมีลักษณะดังรูปที่ 2 และ 3 โดยการ วิเคราะห์ทางไฟในต์เอลิเมนต์จะเริ่มจากแบบจำลองที่ ผ่านกระบวนการขึ้นรูปที่อุณหภูมิ 180 องศาเซลเซียส เรียบร้อยแล้ว จากนั้นคงไว้ที่อุณหภูมินี้เป็นเวลา 10





รูปที่ 3 กราฟแรงดึงกับเวลาที่ใช้ในการทดลอง



รูปที่ 4 ปัญหาขอบเขตในแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์

16-18 ตุลาคม 2556 พัทยา จังหวัดชลบุรี

## AMM-2024

3. การวิเคราะห์ทางไฟไนต์เอลิเมนต์
3.1 วิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์

สมการไฟไนต์เอลิเมนต์ถูกสร้างขึ้นในรูปของค่า การเคลื่อนตัวตามชนิดของเอลิเมนต์ ซึ่งในงานวิจัยนี้ ได้ใช้เอลิเมนต์ชนิดทรง 6 หน้า (Hexahedron Element) สมการไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติที่ใช้จึง เป็นสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ทรง 6 หน้าปกติ [13] โดย ค่าการเคลื่อนตัวสามารถคำนวณได้ดังสมการที่ (1)

 $u_i = \sum_{n=1}^8 N_n \overline{u}_{in}$  (1) โดยค่า  $u_i$  คือค่าการเคลื่อนตัว  $N_n$  คือ ฟงัก์ชั่นการประมาณภายในของจุดต่อ  $\overline{u}_{in}$  คือค่าการ เคลื่อนตัวของจุดต่อ **n** คือลำดับที่ของจุดต่อ

## 4. ผลทางไฟไนต์เอลิเมนต์

จาก [22] พบว่าเมื่อออกแรงดึงกระทำด้านบน ของแบบจำลองทำให้ค่าความเค้นเกิดขึ้นสูงที่บริเวณ ขอบของรอยต่อระหว่างวัสดุต่างชนิดกันโดยเฉพาะ บริเวณจุดมุมรอยต่อจะเกิดสูงที่สุด จากนั้นจะมีค่า ลดลงในบริเวณที่ห่างออกไปจากจุดมุมเป็นระยะรัศมี (r) ซึ่งแสดงได้ดังรูปที่ 6 ในบทความนี้ความเค้นที่ นำมาวิเคราะห์เป็นความเค้น บริเวณรอยต่อซึ่งวัดจาก จุดมุมและห่างออกไปตามมุม θ เท่ากับ 90 องศาและ φ เท่ากับ 45 องศา ตามแนวระบบพิกัดเชิงขั้ว (*r*, θ, φ) ดังแสดงได้ดังรูปที่ 5 โดยสามารถแบ่งผลการ วิเคราะห์ได้ดังต่อไปนี้



รูปที่ 5 ระบบพิกัดเชิงมุม r heta และ  $\phi$ 

# 4.1 กรณีที่ไม่มีภาระทางอุณหภูมิเข้ามาเกี่ยวข้อง ในกรณีที่ไม่มีอุณหภูมิเข้ามาเกี่ยวข้องนั้นเป็นการ วิเคราะห์การเกิดความเค้นจากภาระแรงดึงอย่างเดียว

พบว่าความเค้นที่เกิดขึ้นในชิ้นงานจะมีลักษณะตาม กราฟในรูปที่ 6



จากรูปที่ 6 พบว่าความเค้นจะมีค่าสูงมากเมื่อเข้า ใกล้จุดมุมของรอยต่อทั้งสองและมีค่าต่ำลงเข้าใกล้ ศูนย์ในบริเวณที่ห่างออกมาจากจุดมุม เปรียบเทียบ ระหว่างชั้นความหนาของเรซิ่นจะพบว่าความสัมพันธ์ ระหว่างความหนาของชั้นเรซิ่นกับความเค้นมีลักษณะ แปรผันตรงกัน และเมื่อเปรียบเทียบระหว่าง หน้าสัมผัสจะพบว่าความเค้นที่หน้าสัมผัสระหว่าง ซิลิคอนกับเรซิ่นจะมีค่ามากกว่าความเค้นที่หน้าสัมผัส ของเรซิ่นกับ FR4.5 เนื่องจากคุณสมบัติวัสดุใน บริเวณรอยต่อของซิลิคอนกับเรซินนั้นมีค่าต่างกัน มากกว่าทำให้เกิดความเค้นสูงได้ โดยบทสรุปนี้อ้างอิง จากบทความ [21] ดังนั้นในการศึกษาความเค้นที่มี ผลทำให้ชิ้นงานเกิดความเสียหายจึงวิเคราะห์ความ เค้นที่หน้าสัมผัสระหว่างซิลิคอนและเรซิ่นเป็นหลัก



รูปที่ 7 การเปรียบเทียบระหว่างแบบจำลองของวิธีไฟ ในต์เอลิเมนต์กับแบบจำลองวิธีบาวน์ดะรีเอลิเมนต์



## AMM-2024



รูปที่ 9 การเปรียบเทียบระหว่างแบบจำลองของวิธีไฟ ในต์เอลิเมนต์กับแบบจำลองวิธีบาวน์ดะรีเอลิเมนต์

### 4.3 ค่าความเข้มของความเค้นบริเวณซิงกุลาริตี้

นำค่าของความเค้นในกรณีที่มีความเค้นตกค้าง จากภาระทางอุณหภูมิไปหาค่าความเข้มของความเค้น (*K*<sub>θθ1</sub>) จากสมการ (2) โดยที่ λ คือค่าไอเกนมีค่า เท่ากับ 0.395

$$\frac{\sigma_{\theta\theta}}{\sigma_0} = K_{\theta\theta} + K_{\theta\theta_1} \left(\frac{r}{t}\right)^{-\lambda} + K_{\theta\theta_2} \ln\left(\frac{r}{t}\right) + K_{\theta\theta_3} \ln\left(\frac{r}{t}\right)^2 \quad (2)$$



รูปที่ 10 แสดงการประมาณค่าความเข้มของความเค้น

จากรูปที่ 11 จะพบว่าค่าความเข้มของความ เค้นในสภาวะที่มีความเค้นตกค้างจากภาระทาง อุณหภูมิเป็นความเค้นตั้งต้นก่อนจะนำไปรับภาระทาง กล ค่าความเข้มของความเค้นมีค่าลดลงเมื่อความ หนาของชั้นเรซิ่นเพิ่มมากขึ้น เนื่องจากอัตราส่วนของ ความเค้นที่เพิ่มขึ้นเมื่อความหนาของชั้นเรซิ่นเพิ่มขึ้น เปรียบเทียบกับอัตราส่วนของรัศมีต่อความหนามีค่า น้อยลง

จากรูปที่ 7 จะพบว่าแนวโน้มของผลจาก แบบจำลองที่ใช้ในวิธีไฟในต์เอลิเมนต์มีทิศทางการ เปลี่ยนแปลงของความเค้นในทิศทางเดียวกับ แบบจำลองที่ใช้ในวิธีบาวน์ดะรีเอลิเมนต์โดยอ้างอึง จากบทความ [21] ดังนั้นแสดงว่าแบบจำลองที่สร้าง ขึ้นในการวิเคราะห์แบบไฟในต์เอลิเมนต์มีแนวโน้มที่ ถูกต้อง และสามารถแสดงค่าความเค้นได้ในระดับที่ ละเอียดกว่าแบบจำลองของวิธีบาวน์ดะรีเอลิเมนต์

### 4.2 กรณีที่มีภาระทางอุณหภูมิเข้ามาเกี่ยวข้อง

ในกรณีที่มีอุณหภูมิเข้ามาเกี่ยวข้องนั้นพบว่า ความเค้นที่เกิดขึ้นในชิ้นงานจะมีลักษณะตามกราฟใน รูปที่ 8 โดยในรูปที่ 8 จะเป็นความเค้นในหน้าสัมผัส ระหว่างซิลิคอนกับเรซิน จากรูปจะพบว่าเมื่อมีความ เค้นตกค้างเนื่องจากภาระทางอุณหภูมิเข้ามาจะทำให้ ้ค่าความเค้นในชิ้นงานเมื่อนำไปรับภาระทางแรงดึงมี ค่าสูงขึ้นอย่างเห็นได้ชัด แสดงว่าความเค้นตกค้างซึ่ง เกิดจากภาระทางอุณหภูมิภายในชิ้นงานมีบทบาท ้อย่างมากต่อความเค้นภายในชิ้นงาน และเมื่อนำไป เปรียบเทียบกับผลจากวิธีการทางบาวน์ดะรีเอลิเมนต์ โดยอ้างอึงจากบทความวิชาการ [22] พบว่าผลที่ได้ จากวิธีการทางไฟไนต์เอลิเมนต์มีการเปลี่ยนแปลง ความเค้นในแนวโน้มเพิ่มสูงขึ้นมากกว่าวิธีการทาง บาวน์ดะรีเอลิเมนต์อย่างมาก สามารถแสดงสนาม ความเค้นซิงกุลาริตี้ได้อย่างชัดเจน และสามารถให้ค่า ความเค้นได้ในระดับที่มีความละเอียดสูงกว่ามาก เช่นกัน ดังแสดงในรูปที่ 9



## รูปที่ 8 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างกรณีที่มีและไม่มี ภาระทางอุณหภูมิ

การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทย ครั้งที่ 27 🛚

### AMM-2024



ในกรณีมีภาระทางอุณหภูมิและแรงดึง

#### **5**. สรุป

ในบทความวิจัยนี้ความเค้นที่ได้จากแบบจำลอง ทางไฟไนต์เอลิเมนต์มีค่าความเค้นที่มีความสอดคล้อง กับความเค้นที่ได้จากแบบจำลองทางวิธีบาวน์ดะรีเอลิ เมนต์ โดยแบบจำลองไฟในต์เอลิเมนต์นี้มีความ ละเอียดมากกว่าแบบจำลองบาวน์อะรีเอลิเมนต์พร้อม ทั้งมีเอลิเมนต์ด้านในแบบจำลอง ด้วยเหตุนี้จึงทำให้ค่า ความเค้นที่ได้เป็นค่าที่มีความละเอียดและแม่นยำสง กว่า และสามารถแสดงความชัดเจนของสนามความ เค้นซิงกุลาริตี้ได้ดีกว่า จึงทำให้ทราบผลกระทบที่เกิด ขึ้นกับชิ้นงานที่มีความเค้นตกค้างจากภาระจาก อณหภมิได้ชัดเจน และเมื่อทำการเปรียบเทียบผล ของความเค้นระหว่างกรณีที่ไม่มีความเค้นตกค้างจาก ภาระทางอุณหภูมิกับกรณีที่มีความเค้นตกค้างจาก ภาระทางอุณหภูมิ พบว่าความเค้นและค่าความเข้ม ของความเค้นในกรณีที่มีความเค้นตกค้างจากภาระ ทางอุณหภูมิมีค่าสูงขึ้นอย่างมาก แสดงว่าความเค้น ตกค้างจากภาระทางอุณหภูมิในกระบวนการผลิตมีผล ทำให้ชิ้นงานมีความเสี่ยงต่อการเกิดความเสียหาย

### 6. เอกสารอ้างอิง

[1] Williams, M.L.(1952). Surface Stress Singularities Resulting From Various Boundary Condition in Angular Corners of Plates under Bending Proceedings, *First U.S. National Congress of Applied Mechanics*, ASME, 1952, pp. 325-329. 16-18 ตุลาคม 2556 พัทยา จังหวัดชลบุรี



[2] Williams, M.L.(1952). Surface Stress Singularities Resulting From Various Boundary Condition in Angular Corners of Plates in Extension, *Journal of Application Mechanics*, Vol.19, Trans. ASME, Vol. 74, 1952, p. 526.

[3] Williams, M.L.(1957). On the Stress at the Base of a Stationary Crack, *Journal of Application Mechanics*, Vol. 24, Trans. ASME, Vol. 79, 1957, pp. 109-114.

[4] Williams, M.L.(1959). The Stress Around a Fault or Crack in Dissimilar Media, *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 49, April 1959, pp. 199-204.

[5] Zak, A.R. and Williams, M.L.(1963). Crack
Point Stress Singularities at a Bi-Material
Interface, *Journal of Application Mechanics*, Trans.
ASME, Brief Notes, March, 1963, pp. 142-143.

[6] Akentian, O.K.(1967). Singularities of the Stress-Strain State of A Plate in The Neighborhood of An Edge, PMM, Vol.31-1, 1967, pp. 178-186.

[7] Bogy, D.B.(1971). Two Edge-Bonded Elastic Wedges of Different Material and Wedge Angles under Surface Tractions, *Journal of Application Mechanic*, ASME, Vol.38, No.2, June, 1971, pp.377-386.

[8] Bogy, D.B. and Wang, K.C.(1971). Stress Singularities at Interface Corners in Bonded Dissimilar Isotropic Elastic Materials, *Int. Journal of Solid Structure*, Vol. 7, November, 1971, pp.993-1005.

[9] Kawai, T., Fujitani, Y. and Kobayashi, M.(1977). Stress Analysis of the Conical Surface Pit Problem, *Proc. Int. Conference of Fracture Mechanic and Technology*, Hong Kong, March 1977, Vol.2, pp.1165-1170.

### การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทย ครั้งที่ 27 N

**AMM-2024** 

16-18 ตุลาคม 2556 พัทยา จังหวัดชลบุรี



[10] Kawai, T., Fujitani, Y. and Kumagai, K.(1977). Analysis of Singularity at the Root of the Surface Crack Problem, *Proc. Int. Conference of Fracture Mechanic and Technology*, Hong Kong, March 1977, Vol.2, pp.1157-1163.

[11] Bazant, Z. P.,and Estenssoro, L. F.(1979). Surface Singularity and Carck Propagation, *Int. Journal of Solis Structure*, Vol. 15, 1979, pp.405-426.

[12] Yamada, Y. and Okumura, H.(1981). Analysis of Local Stress in Composite Materials by the 3-D Finite Element, *In Proc. Japan-U.S.A. Conference (Edited By K. Kawata and T. Akasaka)*, 1981, pp.55-64.

[13] Zienkiewicz, O.C. and Taylor, R.L. The FINITE ELEMENT METHOD, 4 th ed., vol.1, Basic Formulation and Linear Problems, pp.112,133

[14] Pageau, S. S., Joseph, P. F. and Biggers, Jr S. B.(1995). Finite Element Analysis of Anisotropic Materials with Singular Inplan Stress Fields, *Int. Journal of Solis Structures*, Vol. 32, 1995, pp.571-591.

[15] Pageau, S. S., Joseph, P. F. and Biggers, Jr S. B.(1996). A Finite Element Approach to Three-Dimensional Singular Stress States in Anisotropic Multi-Material Wedges and Junctions, *Int. Journal of Solis Structures*, Vol. 33, 1996, pp. 33-47.

[16] Koguchi, H.(1996). Stress singularity analysis in three-dimensional bonded structure, *Int. Journal of Solid Structures*, Vol. 34, 1996, pp.461-480

[17] Koguchi, H.(2006). Stress singularity analysis in three-dimensional bonded structure, *Transactions of the JSME*, Vol. 72, No. 724-A, 2006, pp. 2058-2065 [18] Attaporn, W. and Koguchi, H.(2009). Intensity of stress singularity at a vertex and along the free edges of the interface in 3Ddissimilar material joints using 3D-enriched FEM, *CMES: Computer Modelling in Engineering and Sciences*, Vol.39, No.3, 2009, pp.237-262.

[19] อรรถพร วิเศษสินธ์ และ ฮิเดะโอะ โคะกุจิ (2554). การวิเคราะห์ความเข้มของค่าซิงกุลาริตี้ของ สนามความเค้นในจุดต่อของวัสดุต่างชนิดกันโดยวิธี เอนริชไฟในต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ, การประชุมทาง วิชาการของมหาวิทยาลัยเกษตร ศาสตร์ครั้งที่ 49, 1-4, กุมภาพันธ์ 2554

[20] Koguchi, H. and Nakajima, M.(2010). Influence of interlayer thickness on the intensity of singular stress field in 3D three-layered joints under an external load, *Journal of Solid Mechanics and Materials Engineering*, Vol 4, No. 7, 2010.

[21] Koguchi, H., Nakajima, M. and Saito, Y.(2010). Effect of interlayer thickness on stress singularity field near a vertex in three-Dimensional joints under thermal mechanical loading., *Materials Science and Engineering*, Vol. 10, 2010. [22] กิติศักดิ์ ทวีรัตนผล และ อรรถพร วิเศษสินธุ์ (2554). การวิเคราะห์ค่าความเข้มของความเค้นซิง กุลาริตี้รอบจุดมุมของรอยต่อวัสดุ 2 ชนิดโดยวิธีไฟ ในต์เอลิเมนต์แบบ3มิติ, การประชุมวิชาการเครือข่าย วิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทยครั้งที่ 25, 19-21, ตุลาคม 2554

[23] ชัยพล ทรงสิทธิโชค และ อรรถพร วิเศษสินธุ์ (2555). การวิเคราะห์สนามความเค้นซิงกุลาริตี้รอบจุดมุมของ รอยต่อในวัสดุต่างชนิดภายใต้ภาระอุณหภูมิและแรง ดึงโดยวิธีไฟในต์เอลิเมนต์แบบ 3 มิติ, การประชุม วิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทย ครั้งที่ 26, 24-26, ตุลาคม 2555