

การเปรียบเทียบตัวควบคุมคงทน H_∞ กับตัวควบคุม LQR สำหรับหุ่นยนต์รถสองล้อ

A Comparison of Robust H_∞ and LQR Controller for Two-Wheel Robot

มนต์ศักดิ์ จานทอง^{1*}, และ ปริญญญา ผ่องสุภา¹

¹ ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี ต.คลอง 6 อ.ธัญบุรี จ.ปทุมธานี 2110

*ติดต่อ: E-mail, manusak.j@en.rmutt.ac.th, เบอร์โทรศัพท์: 02-5493433, เบอร์โทรสาร: 02-5493432

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้เป็นการนำเสนอการเปรียบเทียบตัวควบคุมคงทน H_∞ กับตัวควบคุม LQR เมื่อมีความไม่แน่นอนและสัญญาณรบกวนเพิ่มเข้ามาสู่ระบบ โดยตัวควบคุมทั้งสองนี้ใช้สำหรับควบคุมการทรงตัวของหุ่นยนต์รถสองล้อ ในการออกแบบตัวควบคุมได้กำหนดมวลและความสูงของหุ่นยนต์ให้มีค่าเท่ากับ 60 กิโลกรัมและ 1.7 เมตรตามลำดับ และได้พิจารณาความไม่แน่นอนของระบบที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ภายในได้แก่มวลและความสูงของหุ่นยนต์ และสัญญาณรบกวนที่เกิดจากการวัดที่มีความคลาดเคลื่อนของไจโรสโคป แอคเซเลอโรมิเตอร์ และเอ็นโคดเดอร์ ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวควบคุมทั้งสองได้ใช้โปรแกรม MATLAB/Simulink จำลองการทำงานของหุ่นยนต์โดยแบ่งออกเป็น 1) จำลองการทำงานของหุ่นยนต์เมื่อมุมเอียงเริ่มต้นมีค่าเท่ากับ 0.05 0.1 0.18 และ 0.235 เรเดียน 2) จำลองการทำงานของหุ่นยนต์เมื่อความสูงมีค่าเท่ากับ 1.5 1.6 1.7 และ 1.8 เมตร และ 3) จำลองการทำงานของหุ่นยนต์เมื่อมวลมีค่าเท่ากับ 50 60 70 และ 80 กิโลกรัม

ผลที่ได้จากการจำลองการทำงานของหุ่นยนต์แสดงให้เห็นว่าตัวควบคุมคงทน H_∞ และตัวควบคุม LQR สามารถควบคุมหุ่นยนต์ให้ทรงตัวอยู่ได้เมื่อมุมเอียงของหุ่นยนต์มีค่าอยู่ระหว่าง ± 0.2 เรเดียน และเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงมวลและความสูงของหุ่นยนต์ ตัวควบคุมคงทน H_∞ สามารถรักษาเสถียรภาพและขจัดความไม่แน่นอนและสัญญาณรบกวนได้ดีกว่าตัวควบคุม LQR

คำหลัก: ตัวควบคุมคงทน H_∞ ตัวควบคุม LQR ไจโรสโคป แอคเซเลอโรมิเตอร์และเอ็นโคดเดอร์

Abstract

This research presents the validation of a robust H_∞ (Robust H Infinity Control) and LQR controllers when uncertainties and disturbance signals are added to the system for balancing a two-wheel robot. Both of robust H_∞ and LQR controllers are designed with the mass and the height of the robot as 60 kilograms and 1.7 meters, respectively. The uncertainties added to the system consist of the change of the internal parameters of the robot model as mass and height of the robot and the disturbances are the measurement errors of gyroscope, accelerometer and encoder. From helping by MATLAB/Simulink, the simulation experiments can be divided as: 1) the simulation of the robot with the initial tilt angle as 0.05, 0.1, 0.18 and 0.235 radians, 2) the simulation of the robot with the height as 1.5, 1.6, 1.7 and 1.8 meters and 3) the simulation of the robot with the mass as 50, 60, 70 and 80 kilograms.

The results of the simulation show that the robust H_∞ controller and LQR controller can stabilize when the initial tilt angle of the robot is between ± 0.2 radian. And when there is the changing of the mass and the height of the robot, the robust H_∞ controller can maintain the stability and eliminate the uncertainties and disturbances better than LQR controller.

Keywords: Robust H_∞ , LQR, Gyroscope, Accelerometer and Encoder

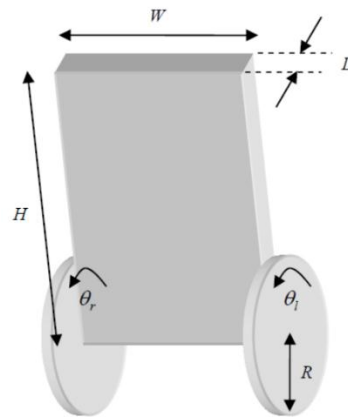
1. บทนำ

ในปัจจุบันได้มีการพัฒนายานพาหนะสองล้อเพื่อใช้สำหรับการเดินทางของมนุษย์ โดยใช้พลังงานไฟฟ้าแทนพลังงานเชื้อเพลิงที่ได้จากธรรมชาติได้แก่น้ำมัน ถ่านหิน ก๊าซต่างๆ เป็นต้น ซึ่งยานพาหนะนี้มีชื่อว่า Segway [1] ยานพาหนะดังกล่าวจัดว่าเป็นสุดยอดนวัตกรรมสำหรับการเดินทางของมนุษย์ อาศัยพลังงานไฟฟ้าในการขับเคลื่อนจึงไม่ก่อให้เกิดมลพิษทางอากาศ และยังมีขนาดกะทัดรัด ซึ่งในการออกแบบตัวควบคุมเพื่อใช้ควบคุมการเคลื่อนที่ของ Segway นั้น ทำได้ยากเนื่องจากเป็นระบบที่ไม่มีแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ทำให้ยากต่อการควบคุม และถ้าตัวควบคุมไม่ได้ออกแบบเพื่อไว้สำหรับกรณีที่มีการเปลี่ยนแปลงมวลและความสูงของหุ่นยนต์ จะทำให้ไม่สามารถควบคุมหุ่นยนต์ให้ทรงตัวอยู่ได้

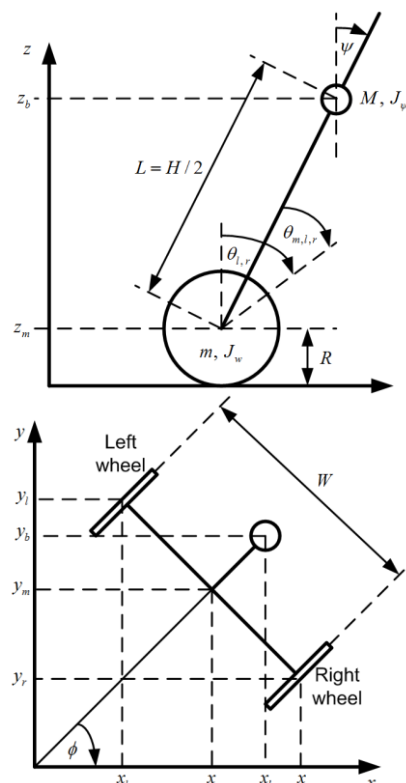
ดังนั้นในงานวิจัยนี้จึงได้ทำการออกแบบตัวควบคุมคอนทนต์ H_∞ เพื่อควบคุมหุ่นยนต์ให้สามารถทรงตัวอยู่ได้เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงมวลและความสูงของหุ่นยนต์ และยังได้มีการเปรียบเทียบกับตัวควบคุม LQR ที่ได้ออกแบบไว้โดยไม่ได้พิจารณาการเปลี่ยนแปลงดังกล่าวด้วย

2. สมการทางคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์รถสองล้อ

ในการออกแบบตัวควบคุมทั้งสองนั้น จำเป็นต้องทราบถึงพลวัตการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์จึงจะสามารถออกแบบตัวควบคุมได้ ซึ่งในงานวิจัยนี้ได้อ้างพลวัตการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์มาจาก [2] เพื่อใช้ในการออกแบบตัวควบคุมดังกล่าว โดยรูปของหุ่นยนต์ได้แสดงในรูปที่ 1 และ 2 จากนั้นพิจารณาสมการปริภูมิสถานะของหุ่นยนต์ดังสมการที่ 1 และ 2



รูปที่ 1 โมเดลของหุ่นยนต์รถสองล้อ [2]



รูปที่ 2 ภาพด้านข้างและด้านบนของหุ่นยนต์รถสองล้อ [2]

$$\dot{x}(t) = A \cdot x(t) + B \cdot u(t) \quad (1)$$

$$y(t) = C \cdot x(t) + D \cdot u(t) \quad (2)$$

โดยที่

$$\begin{aligned}x(t) &= [\theta \quad \psi \quad \dot{\theta} \quad \dot{\psi}]^T \\ y(t) &= [\theta \quad \psi]^T \\ u(t) &= [V_l \quad V_r]^T\end{aligned}$$

เมื่อ

- θ คือ ค่าเฉลี่ยของมุมล้อซ้าย-ขวา
 ψ คือ ค่ามุมเอียงของหุ่นยนต์
 V_l คือ แรงดันไฟฟ้าของมอเตอร์ขับเคลื่อนล้อด้านซ้าย
 V_r คือ แรงดันไฟฟ้าของมอเตอร์ขับเคลื่อนล้อด้านขวา
 A คือ เมทริกซ์ของระบบมีขนาด $(n \times n)$
 B คือ เมทริกซ์สัญญาณอินพุตมีขนาด $(n \times r)$
 C คือ เมทริกซ์สัญญาณเอาต์พุตมีขนาด $(m \times n)$
 D คือ เมทริกซ์สัญญาณป้อนไปข้างหน้า
 n คือ อันดับของระบบ
 r คือ จำนวนสัญญาณอินพุตของระบบ
 m คือ จำนวนสัญญาณเอาต์พุตของระบบ

โดยที่เมทริกซ์ A , B , C และ D ของหุ่นยนต์รถสองล้อมีค่าดังต่อไปนี้ [2]

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & A_{32} & A_{33} & A_{34} \\ 0 & A_{42} & A_{43} & A_{44} \end{bmatrix}$$

$$A_{32} = (L_C Mbg(2J_m n^2 - L_C MbR)) / E$$

$$A_{33} = \left(\frac{2\beta n}{E} \right) (-L_C MbR - MbL_C^2 - J_f)$$

$$A_{34} = \left(\frac{2\beta n}{E} \right) (MbL_C^2 + J_f + L_C MbR)$$

$$A_{42} = L_C Mbg \left(\frac{J_m + 2J_w + MbR^2 +}{2R^2 m + 2n^2} \right) / E$$

$$A_{43} = \left(\frac{2\beta n}{E} \right) \left(\frac{J_m + 2J_w + MbR^2 + 2R^2 m +}{2n^2 - 2J_m n^2 + L_C MbR} \right)$$

$$A_{44} = \left(\frac{2\beta n}{E} \right) \left(\frac{2J_m n^2 - L_C MbR - J_m -}{2J_w - MbR^2 - 2R^2 m - 2n^2} \right)$$

$$\begin{aligned}E &= (2n^2 + J_m + 2J_w + MbR^2 + 2R^2 m)J_f + \\ &\quad \left(\begin{aligned} &4n^4 + 2J_m n^2 - 4J_m n^4 + L_C^2 Mb + \\ &4J_w n^2 + 2MbR^2 n^2 + 4R^2 m n^2 + \\ &4L_C MbR n^2 \end{aligned} \right) J_m + \\ &\quad 2L_C^2 Mbn^2 + 2J_w L_C^2 Mb + 2L_C^2 MbR^2 m\end{aligned}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ B_{31} & B_{32} \\ B_{41} & B_{42} \end{bmatrix}$$

$$B_{31} = B_{32} = \frac{\alpha}{E} \left(\frac{MbL_C^2 + 2J_m n^2 + J_f -}{2J_m n^2 + L_C MbR} \right)$$

$$B_{41} = B_{42} = \frac{\alpha}{E} \left(\frac{2J_m n^2 - L_C MbR - J_m - 2J_w -}{MbR^2 - 2R^2 m - 2n^2} \right)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

3. การออกแบบตัวควบคุม LQR

จากกฎการควบคุม $u(t) = -K \cdot x(t)$ ที่ทำให้ค่าดัชนีสมรรถนะ (Performance index) ในสมการที่ 3 มีค่าน้อยที่สุด

$$J = \int_0^\infty (x(t)^T \cdot Q \cdot x(t) + u(t)^T \cdot R \cdot u(t)) dt \quad (3)$$

เมื่อ K คือ เมทริกซ์อัตราขยายป้อนกลับสถานะ

Q คือ เมทริกซ์ที่มีค่าเป็นบวกหรือศูนย์

R คือ เมทริกซ์ที่มีค่าเป็นบวก

โดยที่เมทริกซ์ Q และ R มีความสัมพันธ์กับสถานะ $x(t)$ และอินพุต $u(t)$ ตามลำดับ เมื่อกำหนดให้เมทริกซ์ Q และ R เป็นเมทริกซ์ค่าคงที่ กฎการควบคุม $u(t)$ ที่ทำให้ค่าดัชนีสมรรถนะ J มีค่าน้อยที่สุดสามารถคำนวณได้จากการแก้สมการพีชคณิตรีคคาติ (Riccati Algebraic Equation) ดังสมการที่ 4

ตารางที่ 1 ค่าตัวแปรที่ใช้ในการคำนวณ

ตัวแปร	รายละเอียด	หน่วย
m	มวลของล้อ	5 kg
Mb	มวลของหุ่นยนต์	60 kg
R	รัศมีของล้อ	0.2413 m
L_c	ระยะจากจุดศูนย์กลางมวลถึงแกนล้อ	0.85 m
J_m	Inertia Moment ของมอเตอร์และเกียร์	$1.68 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
J_w	Inertia Moment ของล้อ	0.1456 $\text{kg} \cdot \text{m}^2$
J_f	Pitch Inertia Moment ของหุ่นยนต์	14.45 $\text{kg} \cdot \text{m}^2$
n	อัตราทดรอบของเกียร์	10:1
g	ความเร่งจากแรงโน้มถ่วง	$9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

$$A^T X + XA - XBR^{-1}B^T X + Q = 0 \quad (4)$$

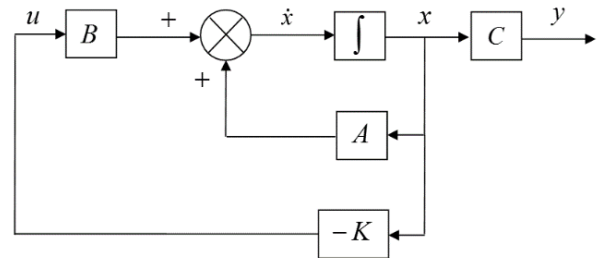
เมื่อ X คือ ผลเฉลยของสมการรีคคาติ ซึ่งเมทริกซ์ที่สมมาตรและมีค่าเป็นบวก ดังนั้น กฎการควบคุม $u(t)$ จะมีค่าดังสมการที่ 5

$$\begin{aligned} u(t) &= -K \cdot x(t) \\ &= -R^{-1}B^T X \cdot x(t) \end{aligned} \quad (5)$$

สามารถเขียนเป็นบล็อกไดอะแกรมของตัวควบคุม LQR ได้ดังรูปที่ 3 สำหรับการออกแบบตัวควบคุม LQR ได้ทำการกำหนดค่าเมทริกซ์ Q และ R จากนั้นหาค่าอัตราขยายป้อนกลับที่เหมาะสมกับระบบ ด้วยวิธีการ Trial and Error โดยเลือกให้น้ำหนักในการควบคุมไปที่มุม ψ เพื่อให้หุ่นยนต์สามารถทรงตัวอยู่ได้ ซึ่งอัตราขยายป้อนกลับที่ได้มีค่าดังต่อไปนี้

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6,000,000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} 2,000 & 0 \\ 0 & 2,000 \end{bmatrix}$$

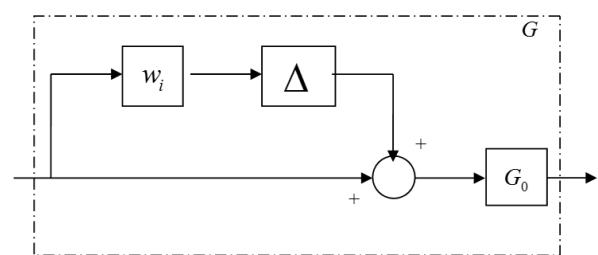


รูปที่ 3 บล็อกไดอะแกรมของตัวควบคุม LQR

4. การออกแบบตัวควบคุมคงทน H_∞

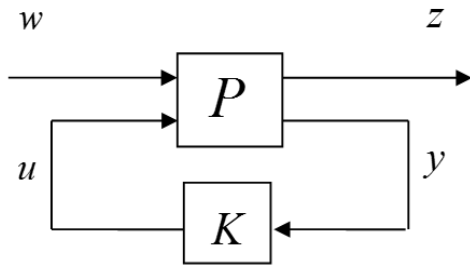
การควบคุมคงทน คือ การทำให้ระบบที่ต้องการควบคุมสามารถรักษาเสถียรภาพสัญญาณขาออกและสัญญาณความผิดพลาดของระบบในขอบเขตที่กำหนดได้ และจะต้องมีความคงทนต่อความไม่แน่นอนที่เข้ามามีผลกระทบต่อระบบ

ในการออกแบบตัวควบคุม ควรคำนึงถึงแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบและความไม่แน่นอนไปพร้อมๆกัน ซึ่งความไม่แน่นอนสามารถแสดงได้หลายรูปแบบโดยในงานวิจัยนี้ได้เลือกแบบจำลองความไม่แน่นอนเชิงการบวก แสดงดังรูปที่ 4



รูปที่ 4 บล็อกไดอะแกรมความไม่แน่นอนเชิงการบวก

ในการออกแบบตัวควบคุมคงทน H_∞ เป็นการหาตัวควบคุมที่ทำให้ระบบวงปิดระหว่างตัวควบคุม K กับระบบ P มีความเสถียรภาพภายใต้เงื่อนไขนอร์มนันต์ของฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบมีค่าน้อย โครงสร้างของตัวควบคุมคงทน แสดงดังรูปที่ 5



รูปที่ 5 บล็อกไดอะแกรมของตัวควบคุมคงทน H_∞

โดยที่ w คือ สัญญาณรบกวนจากภายนอก

u คือ สัญญาณควบคุม

z คือ สัญญาณขาออกที่ถูกควบคุม

y คือ สัญญาณที่ได้จากการวัด

สามารถเขียนเป็นสมการปริภูมิสถานะได้ดัง
สมการที่ 6-8

$$\dot{x} = Ax + B_1 w + B_2 u \quad (6)$$

$$z = C_1 x + D_{11} w + D_{12} u \quad (7)$$

$$y = C_2 x + D_{21} w + D_{22} u \quad (8)$$

หรืออาจเขียนในรูปสมการเมทริกซ์ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ z \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ w \\ u \end{bmatrix} \text{ เมื่อ } u = Ky$$

ในการออกแบบตัวควบคุมคงทน H_∞ จะต้อง
ตรวจสอบระบบตามเงื่อนไขต่างๆ ดังต่อไปนี้

1) (A, B_2) สามารถทำให้เสถียรได้ (Stabilizable)
และ (A, C_2) สามารถสังเกตการณ์ได้ (Detectable)
เงื่อนไขนี้มีเพื่อรับประกันว่าตัวควบคุมที่ออกแบบ
สามารถทำให้ระบบมีเสถียรภาพได้ และรับประกันว่า
ตัวควบคุมสามารถเข้าถึงตัวแปรสถานะทุกตัวได้

2) $\text{Rank } D_{12} = m_2$ และ $\text{Rank } D_{21} = p_2$ เงื่อนไข
นี้มีเพื่อรับประกันว่าสมการถ่ายโอนจาก w ไป z จะ
ไม่มีค่าเข้าใกล้ศูนย์ที่ความถี่สูง

3) $\text{Rank} \begin{bmatrix} A - j\omega I & B_2 \\ C_1 & D_{12} \end{bmatrix} = n + m_2$ มีอันดับ
แนวตั้งเต็มทุกๆ ความถี่

$$4) \text{Rank} \begin{bmatrix} A - j\omega I & B_1 \\ C_2 & D_{21} \end{bmatrix} = n + p_2 \text{ มีอันดับ}$$

แถวเต็มทุกๆ ความถี่

$$5) D_{12} = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} \text{ และ } D_{21} = \begin{bmatrix} 0 & I \end{bmatrix}$$

$$6) D_{11} = 0 \text{ และ } D_{22} = 0$$

เมื่อ

$$\dim x = n, \dim w = m_1, \dim u = m_2, \dim z = p_1$$

$$\text{และ } \dim y = p_2$$

ซึ่งถ้าข้อสมมุติฐานข้างต้นมีอยู่จริง จะได้ตัว
ควบคุมคงทน H_∞ ที่ทำให้ $\|H_{zw}\|_\infty < \gamma$ ก็ต่อเมื่อ

1) $X_\infty \geq 0$ เป็นผลเฉลยของสมการรีคคาติ

$$\begin{aligned} A^T X_\infty + X_\infty A + C_1^T C_1 + \\ X_\infty (\gamma^{-2} B_1 B_1^T - B_2 B_2^T) X_\infty = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

2) $Y_\infty \geq 0$ เป็นผลเฉลยของสมการรีคคาติ

$$\begin{aligned} A Y_\infty + Y_\infty A^T + B_1 B_1^T + \\ Y_\infty (\gamma^{-2} C_1^T C_1 - C_2^T C_2) Y_\infty = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

3) $\rho(X_\infty Y_\infty)$ มีค่าเท่ากับ $\max_i |\lambda_i(X_\infty Y_\infty)|$ ที่น้อยกว่า
ค่า γ^2

$$\rho(X_\infty Y_\infty) = \max_i |\lambda_i(X_\infty Y_\infty)| < \gamma^2 \quad (11)$$

เมื่อแก้สมการที่ 9 – 11 จะได้ค่า X_∞, Y_∞ และ γ
เพื่อใช้ในการหาค่าตัวควบคุม K ได้ดังสมการที่ 12

$$K = \begin{bmatrix} \hat{A}_\infty & -Z_\infty L_\infty \\ F_\infty & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \text{โดยที่ } \hat{A}_\infty &= A + \gamma^{-2} B_1 B_1^T X_\infty + B_2 F_\infty + Z_\infty L_\infty C_2 \\ F_\infty &= -B_2^T X_\infty \\ L_\infty &= -Y_\infty C_2^T \\ Z_\infty &= (I - \gamma^{-2} Y_\infty X_\infty)^{-1} \end{aligned}$$

ในการออกแบบตัวควบคุมได้พิจารณาสัญญาณ
รบกวนที่เกิดขึ้นกับระบบ โดยกำหนดให้ w เป็น

สัญญาณอินพุตที่รับกวนและ z เป็นสัญญาณเอาต์พุตที่ถูกควบคุมจะได้

$$w = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ n_1 \\ n_2 \end{bmatrix} \quad \text{และ} \quad z = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ u \end{bmatrix}$$

เมื่อตัวแปร d_1 และ d_2 เป็นความไม่แน่นอนที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงมวล (Mb) และความสูง (H) ของหุ่นยนต์ตามลำดับและตัวแปร n_1 และ n_2 เป็นสัญญาณรบกวนที่เกิดจากการวัดสัญญาณเอาต์พุตของมุม θ และมุม ψ ตามลำดับ ดังนั้นสมการปริภูมิสถานะเมื่อรวมสัญญาณรบกวนต่างๆ เข้ากับระบบสามารถเขียนได้ดังต่อไปนี้

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -0.5262 & -0.0042 & 0.0042 \\ 0 & 8.7625 & 0.0128 & -0.0128 \end{bmatrix} x +$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} w +$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0.0174 & 0.0174 \\ -0.0539 & -0.0539 \end{bmatrix} u$$

$$z = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} w$$

ดังนั้นจะได้ค่าอัตราขยายป้อนกลับที่ใช้ในการควบคุมหุ่นยนต์ มีค่าดังต่อไปนี้

$$K_{ROBUST} = \begin{bmatrix} \hat{A}_\infty & -Z_\infty L_\infty \\ F_\infty & 0 \end{bmatrix}$$

เมื่อ

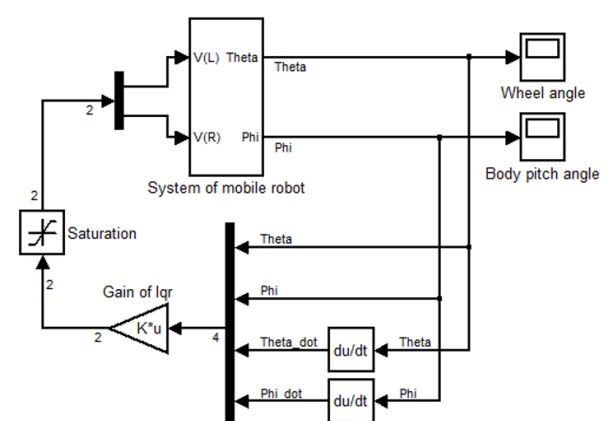
$$\hat{A}_\infty = \begin{bmatrix} -1.582 & 5.918 & 1 & 0 \\ 5.918 & -209.4 & 0 & 1 \\ -1.86 & 36.86 & 0.2692 & 2.072 \\ 17.45 & -630.4 & -0.8234 & -6.391 \end{bmatrix}$$

$$-Z_\infty L_\infty = \begin{bmatrix} 1.582 & -5.918 \\ -5.918 & 209.4 \\ 1.885 & 31.31 \\ -17.53 & 620.4 \end{bmatrix}$$

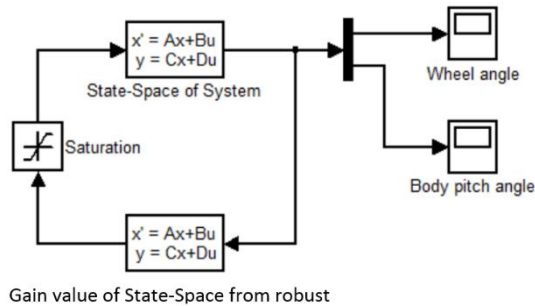
$$F_\infty = \begin{bmatrix} 0.7131 & 174.3 & 7.771 & 59.23 \\ 0.7131 & 174.3 & 7.771 & 59.23 \end{bmatrix}$$

5. ผลการจำลองการทำงานของหุ่นยนต์

ในการจำลองการทำงานของหุ่นยนต์ ได้นำสมการการเคลื่อนที่ที่คำนวณมาได้มาแปลงเป็นบล็อกไดอะแกรมในโปรแกรม MATLAB/Simulink แสดงดังรูปที่ 6 และ 7 ตามลำดับ



รูปที่ 6 บล็อกไดอะแกรมที่ใช้ในการจำลองการทำงานของหุ่นยนต์ ด้วยตัวควบคุม LQR ในโปรแกรม MATLAB/Simulink



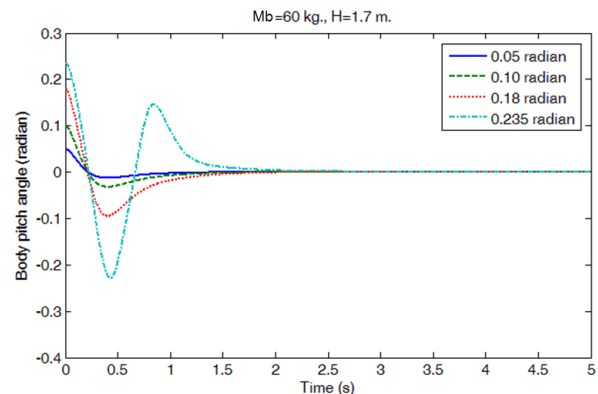
รูปที่ 7 บล็อกไดอะแกรมที่ใช้ในการจำลองการทำงานของระบบ ด้วยตัวควบคุมคงทน H_∞ ในโปรแกรม MATLAB/Simulink

จากนั้นทำการจำลองการทำงานของระบบ โดยการเปลี่ยนแปลงมุมเอียงของหุ่นยนต์ให้มีค่าเริ่มต้นเท่ากับ 0.05, 0.1, 0.18 และ 0.235 เรเดียน ตามลำดับ เมื่อกำหนดให้ $Mb = 60$ kg และ $H = 1.7$ m ผลการจำลองที่ได้จากตัวควบคุม LQR และตัวควบคุมคงทน H_∞ แสดงดังรูปที่ 8 และ 9 ตามลำดับ

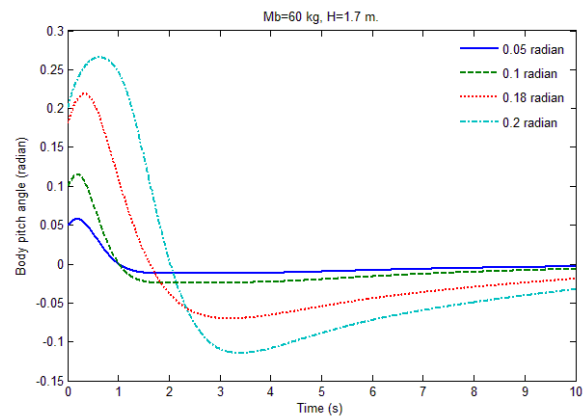
พิจารณารูปที่ 8 เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงค่ามุมเอียงเริ่มต้นของหุ่นยนต์ พบว่าตัวควบคุม LQR ใช้เวลาเฉลี่ย 1.5 วินาที ในการเข้าสู่สภาวะเสถียรภาพและจากรูปที่ 9 ตัวควบคุมคงทน H_∞ ใช้เวลาในการเข้าสู่สภาวะเสถียรภาพที่นานกว่าตัวควบคุม LQR โดยที่มุมเอียง 0.2 เรเดียน นั้นพบที่ใช้เวลาเกินกว่า 10 วินาที

จากนั้นทำการจำลองการทำงานของระบบ โดยการเปลี่ยนแปลงความสูงของหุ่นยนต์ ให้มีค่าเท่ากับ 1.5, 1.6, 1.7 และ 1.8 m ตามลำดับ เมื่อกำหนดให้ $Mb = 60$ kg และค่ามุมเอียงเริ่มต้นของหุ่นยนต์เท่ากับ 0.1 เรเดียน ผลการจำลองที่ได้จากตัวควบคุม LQR และตัวควบคุมคงทน H_∞ แสดงดังรูปที่ 10 และ 11 ตามลำดับ

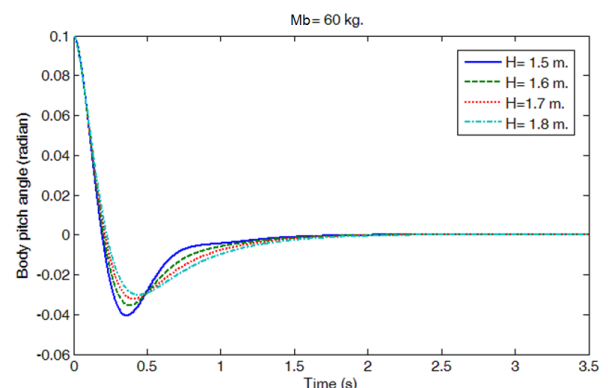
พิจารณารูปที่ 10 พบว่า ตัวควบคุม LQR สามารถรักษาความเสถียรภาพได้ดี แต่มีข้อสังเกตคือ ที่ความสูง 1.5 m จะมีการแกว่งของสัญญาณมากกว่าที่ความสูง 1.8 m



รูปที่ 8 มุมเอียงของหุ่นยนต์ที่iongศาต่างๆ เทียบกับเวลาโดยใช้ตัวควบคุม LQR



รูปที่ 9 มุมเอียงของหุ่นยนต์ที่iongศาต่างๆ เทียบกับเวลาโดยใช้ตัวควบคุมคงทน H_∞



รูปที่ 10 มุมเอียงของหุ่นยนต์เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงความสูง โดยใช้ตัวควบคุม LQR

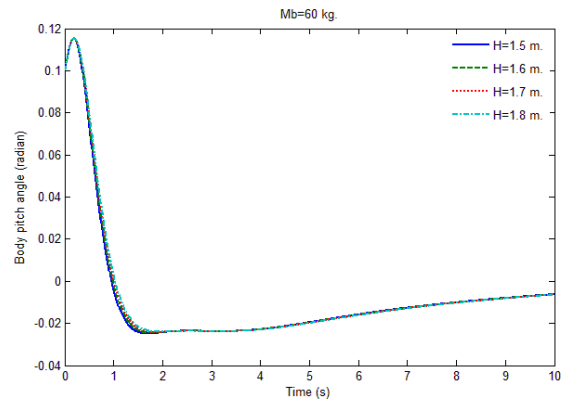
เมื่อพิจารณารูปที่ 11 แสดงให้ทราบว่าตัวควบคุม H_∞ สามารถขจัดความไม่แน่นอนที่เกิดขึ้นจากการเปลี่ยนแปลงความสูงได้ดีมาก ทำให้การเปลี่ยนแปลงความสูงของหุ่นยนต์แทบจะไม่มีผลต่อความเสถียรภาพของระบบเลย

จากนั้นทำการจำลองการทำงานของระบบ โดยการเปลี่ยนแปลงมวลของหุ่นยนต์ให้มีค่าเท่ากับ 50, 60, 70 และ 80 kg ตามลำดับ เมื่อกำหนดให้ $H = 1.7$ m และมุมเอียงเริ่มต้นของหุ่นยนต์เท่ากับ 0.1 เรเดียน ผลการจำลองที่ได้จากตัวควบคุม LQR และตัวควบคุม H_∞ แสดงดังรูปที่ 12 และ 13 ตามลำดับ

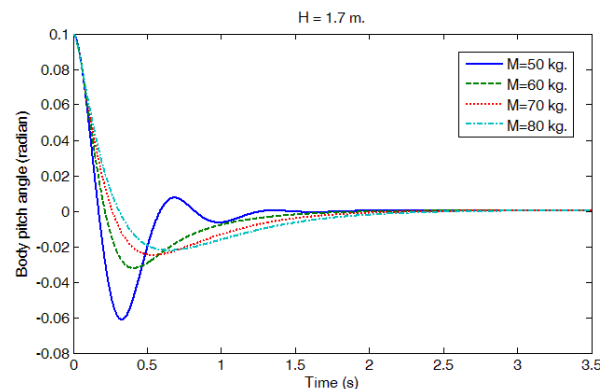
พิจารณารูปที่ 12 พบว่า ตัวควบคุม LQR ยังสามารถรักษาความเสถียรภาพได้ แต่ที่มวล 50 kg นั้นมีการแกว่งของสัญญาณค่อนข้างมาก เมื่อเทียบกับมวลที่ 80 kg และเมื่อพิจารณารูปที่ 13 จะเห็นได้ว่าตัวควบคุม H_∞ สามารถลดผลกระทบจากความไม่แน่นอนที่เกิดขึ้นจากการเปลี่ยนแปลงมวลได้ดีมาก ทำให้การเปลี่ยนแปลงมวลของหุ่นยนต์มีผลต่อความเสถียรภาพของระบบน้อยมากเมื่อเทียบกับตัวควบคุม LQR

6. สรุปผลการจำลองการทำงาน

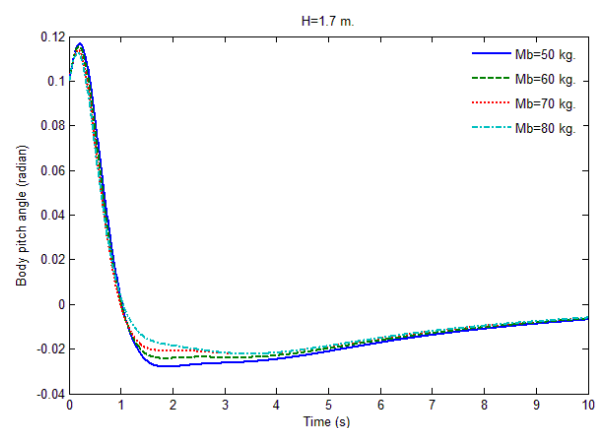
ผลที่ได้จากการจำลองการทำงานของหุ่นยนต์ เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงค่ามุมเอียงเริ่มต้น แสดงให้เห็นว่าตัวควบคุม H_∞ และตัวควบคุม LQR สามารถควบคุมหุ่นยนต์ให้ทรงตัวอยู่ได้เมื่อมุมเอียงของหุ่นยนต์มีค่าอยู่ระหว่าง ± 0.2 เรเดียน แต่ตัวควบคุม LQR ใช้เวลาเฉลี่ยเพียง 1.5 วินาที ในการเข้าสู่สภาวะเสถียรภาพโดยที่ตัวควบคุม H_∞ ใช้เวลาในการเข้าสู่สภาวะเสถียรภาพที่นานกว่าและที่มุมเอียง 0.2 เรเดียน นั้นพบว่าใช้เวลาเกินกว่า 10 วินาที และเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ภายในได้แก่ มวลและความสูงของหุ่นยนต์พบว่า ตัวควบคุม H_∞ สามารถขจัดความไม่แน่นอนที่เกิดขึ้นจากการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ดังกล่าวได้ดีกว่าตัวควบคุม LQR



รูปที่ 11 มุมเอียงของหุ่นยนต์เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงความสูง โดยใช้ตัวควบคุม H_∞



รูปที่ 12 มุมเอียงของหุ่นยนต์เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงมวล โดยใช้ตัวควบคุม LQR



รูปที่ 13 มุมเอียงของหุ่นยนต์เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงมวล โดยใช้ตัวควบคุม H_∞

7. กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคล
ธัญบุรี ที่ได้ให้ทุนสนับสนุนในการทำงานวิจัย

8. เอกสารอ้างอิง

- [1] Segway Inc. (2013). *The Segway PT: An Overview*, URL: <http://www.segway.com/about-segway/learn-how-PTs-work.php>, access on 24/04/2013.
- [2] ปริญญา ฝ่องสุภา และ มนุศักดิ์ จานทอง (2555). การออกแบบตัวควบคุมสำหรับหุ่นยนต์รถสองล้อ, การประชุมวิชาการมหาวิทยาลัยรังสิต, มหาวิทยาลัยรังสิต จังหวัดปทุมธานี.
- [3] Doyle, J.C., Glover, K., Khargonekar, P.P. and Francis, B.A. (1989). State-Space Solutions to Standard H_2 and H_∞ Control Problems, *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 34, issue 8, August 1989, pp. 831-847.
- [4] เดวิด บรรเจิดพงศ์ชัย (2551). ระบบควบคุมพลวัต: การวิเคราะห์ การออกแบบ และการประยุกต์, กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
- [5] นวเทพ ชนาพรรณ (2546). ตัวควบคุมโรบัสต์สำหรับระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน, วิทยานิพนธ์วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า, คณะวิศวกรรมศาสตร์, สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าคุณทหารลาดกระบัง
- [6] สุเมธ เซาว์นไวย (2540). การออกแบบตัวควบคุมโรบัสต์ H_∞ , วิทยานิพนธ์วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า, สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าคุณทหารลาดกระบัง