

การคำนวณการถ่ายเทความร้อนผ่านครีบบระบายความร้อนด้วยวิธีไฟไนต์รีซิสแทนซ์  
กรณีปลายครีบบมีการถ่ายเทความร้อน

How to calculate heat transfer through a fin by finite resistance method

Case : Heat transfer tip condition

ประเสริฐ อินประเสริฐ

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยสยาม

235 ถนนเพชรเกษม เขตภาษีเจริญ กรุงเทพฯ 10163

โทร. 457-0068 ต่อ 121, โทรสาร 457-3982, อีเมล Prasert\_Inp@yahoo.com

Prasert Inprasert

Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Siam University

235 Petkasem Road, Phasicharoen, Bangkok 10163

Tel: 457-0068 Ext 121, Fax: 457-3982, E-Mail: Prasert\_Inp@yahoo.com

บทคัดย่อ

บทความนี้นำเสนอการคำนวณการถ่ายเทความร้อนด้วยวิธีไฟไนต์รีซิสแทนซ์ โดยแบ่งครีบบระบายความร้อนออกเป็นชิ้นเล็กๆจำนวนมาก กำหนดให้ชิ้นเล็กๆแต่ละชิ้นประกอบขึ้นด้วยตัวต้านทานการนำความร้อน 2 ตัวและตัวต้านทานการพาความร้อน 1 ตัว โดยใช้โปรแกรมอิเล็กทรอนิกส์เวอร์คเบ็นซ์คำนวณเปรียบเทียบกับผลการคำนวณทางทฤษฎีว่าการแบ่งครีบบเป็นชิ้นเล็กๆให้เป็นตัวต้านทานทางความร้อนสามารถคำนวณการถ่ายเทความร้อนได้ใกล้เคียงทฤษฎีเพียงใด เมื่อกำหนดให้ครีบบระบายความร้อนแบบแผ่นแบนทำด้วยเหล็กกล้าไร้สนิม มีขนาดกว้าง 250 มม. ยาว 25 มม. หนา 1 มม. ติดอยู่กับผนังอุณหภูมิ 250 °C ระบายความร้อนด้วยน้ำไหลผ่านด้วยความเร็ว 2.5 m/s ที่อุณหภูมิ 20 °C มีค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อนโดยเฉลี่ย 7250 W/m<sup>2</sup>.°C และค่าสภาพการนำความร้อนแผ่นครีบบโดยเฉลี่ย 15.1518 W/m.°C แล้วทำการแบ่งครีบบระบายความร้อนเป็นชิ้นเล็กจำนวน 50 ชิ้น ปรากฏว่ามีความผิดพลาด -2.55 % จำนวน 100 ชิ้น มีความผิดพลาด -0.42 % และ จำนวน 200 ชิ้น มีความผิดพลาด 0.12 % จากค่าแนวโน้มของความผิดพลาดจะเห็นได้ว่าแบบจำลองทางด้านทานทางความร้อนนี้สามารถคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์รีซิสแทนซ์ได้

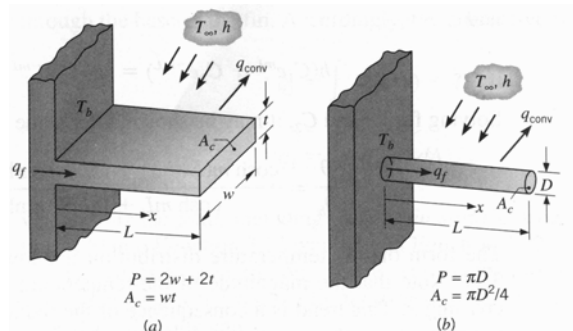
ABSTRACT

This paper present to calculate heat transfer through a fin by finite resistance method. By divide a fin to many small elements, each element can change to be 2 conduction resistances and 1 convection resistance. Using a ELECTRONIC WORKBENCH software to calculate this resistance model and compare with analytical method to find an error of heat transfer rate. The calculation let a rectangular fin, with 250 mm X 25 mm X 1 mm for its width, length and thickness respectively,

made from stainless steel is fixed on a wall having a temperature 250 °C. Cooling by water flow velocity 2.5 m/s at temperature 20 °C. A value of its convection heat transfer coefficient is 7250 W/m<sup>2</sup>.°C and average fin conduction heat transfer coefficient 15.1518 W/m.°C. Investigation by divide fin length to 50 elements having an error result -2.55 %, divide to 100 elements having an error result -0.42 % and divide to 200 elements having an error result 0.12 %. From the trend of an error result found that this resistance model can calculate by finite resistance method.

1. บทนำ

บทความนี้นำเสนอการคำนวณการถ่ายเทความร้อนซึ่งผสมผสานแนวคิดมาจากวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์และเทอร์มอลรีซิสแทนซ์ประกอบเข้าด้วยกันมาคำนวณครีบบระบายความร้อนรูปทรงสี่เหลี่ยมหรือทรงกระบอกกรณีที่มีการถ่ายเทความร้อนส่วนปลาย เพื่อเปรียบเทียบกับผลการคำนวณทางทฤษฎี โดยใช้โปรแกรมอิเล็กทรอนิกส์เวอร์คเบ็นซ์ซึ่งเป็นโปรแกรมสำเร็จรูปที่ใช้ในการคำนวณวงจรทางไฟฟ้าทั่วไป



รูปที่ 1 ลักษณะครีบบระบายความร้อน (a) ชนิดแท่งสี่เหลี่ยมหรือ (b) ชนิดทรงกระบอก

## 2. ทฤษฎีการถ่ายเทความร้อนผ่านครีบบระบายความร้อน

ในที่นี้จะกล่าวถึงการคำนวณการถ่ายเทความร้อนสำหรับรูปทรงสี่เหลี่ยมหรือทรงกระบอกกรณีปลายมีการถ่ายเทความร้อน กรณีปลายครีบบมีการถ่ายเทความร้อนเท่านั้น ซึ่งสามารถคำนวณได้ดังนี้[1]

### 2.1 อุณหภูมิเฉลี่ยของครีบ

$$T_{avg} = T_{\infty} + \frac{T_b - T_{\infty}}{mL + \left(\frac{h}{mk_f}\right)} \left[ \frac{\text{Sinh}(mL) + \left(\frac{h}{mk_f}\right) \text{Cosh}(mL)}{\text{Cosh}(mL) + \left(\frac{h}{mk_f}\right) \text{Sinh}(mL)} \right] \quad (1)$$

โดย

$$m^2 = \frac{hP}{k_f A_c} \quad (2)$$

เมื่อ  $m$  - ค่าคงที่ ( $m^{-1}$ )

$h$  - สัมประสิทธิ์การพาความร้อนแผ่นครีบ ( $W/m^2 \cdot ^\circ C$ )

$P$  - เส้นรอบรูปหน้าตัดแผ่นครีบ (m)

$k_f$  - สภาพการนำความร้อนแผ่นครีบ ( $W/m \cdot ^\circ C$ )

$A_c$  - หน้าตัดแผ่นครีบ ( $m^2$ )

$L$  - ความยาวครีบ (m)

$T_{avg}$  - อุณหภูมิเฉลี่ยแผ่นครีบ ( $^\circ C$ )

$T_b$  - อุณหภูมิฐานครีบ ( $^\circ C$ )

$T_{\infty}$  - อุณหภูมิของไหล ( $^\circ C$ )

### 2.2 อัตราการถ่ายเทความร้อนผ่านฐานครีบ

$$\dot{Q}_f = k_f A_c m (T_b - T_{\infty}) \left[ \frac{\text{Sinh}(mL) + \left(\frac{h}{mk_f}\right) \text{Cosh}(mL)}{\text{Cosh}(mL) + \left(\frac{h}{mk_f}\right) \text{Sinh}(mL)} \right] \quad (3)$$

หรือ

$$\begin{aligned} \dot{Q}_f &= hA_s(T_{avg} - T_{\infty}) \\ &= h(PL + A_c)(T_{avg} - T_{\infty}) \end{aligned} \quad (4)$$

การใช้สมการเหล่านี้ต้องทำการ Trial & Error หาค่า  $T_{avg}$  และ  $k_f$  ให้ได้ค่าสอดคล้องซึ่งกันและกันจากสมการที่ (1) และ (2) แล้วจึงนำค่า  $m$  ที่ได้ไปใช้ในสมการที่ (3) หรือ  $T_{avg}$  ใช้ในสมการที่ (4) แล้วแต่กรณีของปัญหา

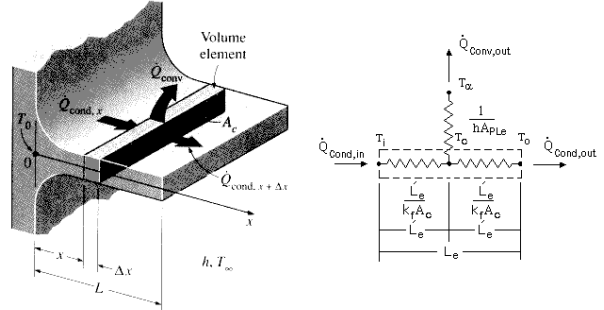
## 3. การวิเคราะห์แบบวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์

การคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์[5] ทำได้โดยแบ่งครีบบระบายความร้อนออกเป็นชิ้นเล็กๆจำนวนมาก โดยกำหนดให้ชิ้นเล็กๆแต่ละชิ้นประกอบขึ้นด้วยตัวต้านทาน สามารถหาค่าได้โดยการพิจารณาสมดุลย์ความร้อนแต่ละ Element ขนาดความยาว  $L_e$  มีข้อกำหนดให้

อุณหภูมิที่ทางเข้าที่ขอบ Element เป็น  $T_i$ , อุณหภูมิที่จุดกึ่งกลางเป็น  $T_c$  และอุณหภูมิที่ทางออกที่ขอบ Element เป็น  $T_o$

### 3.1 สมดุลย์ความร้อนตามแนวแผ่นครีบ

#### 3.1.1 การนำความร้อน



รูปที่ 2 สมดุลย์ความร้อนเข้าและออกจาก Volume element ตามแนวแผ่นครีบ

จากรูปที่ 2 พิจารณา Volume element ใดๆ ตามแนวแผ่นครีบ [6] จะเห็นได้ว่าความร้อนที่เข้ามาจาก Element ก่อนหน้านี้มายัง Element ที่กำลังพิจารณาเป็นการนำความร้อนจากขอบ Element ที่อุณหภูมิ  $T_i$  มายังจุดกึ่งกลาง Element อุณหภูมิ  $T_c$  ผ่านตัวต้านทาน  $R_{Cond,in}$  เช่นเดียวกับการนำความร้อนออกจากจุดกึ่งกลาง Element อุณหภูมิ  $T_c$  ไปยังขอบ Element ที่อุณหภูมิ  $T_o$  ผ่านตัวต้านทาน  $R_{Cond,out}$  เพื่อนำความร้อนไปยัง Element ถัดไป

ดังนั้นหนึ่ง Element จึงประกอบด้วยตัวต้านทานการนำความร้อน 2 ตัว ตัวต้านทานการนำความร้อนนี้สามารถหาค่าได้ดังนี้[3]

$$R_{Cond,half} = \frac{L'_e}{k_f A_c} \quad (5)$$

เมื่อ  $R_{Cond,half}$  - ตัวต้านทานการนำความร้อนครึ่ง Element ( $^\circ C/W$ )

$L_e$  - ความยาว Element (m)

$L'_e$  - ความยาวครึ่ง Element (m)

#### 3.1.2 การพาความร้อน

การพาความร้อนเกิดขึ้นที่ผิวครีบบระบายความร้อน ดังนั้นหนึ่ง Element จึงประกอบด้วยตัวต้านทานการพาความร้อน 1 ตัว หาค่าได้ดังนี้[3]

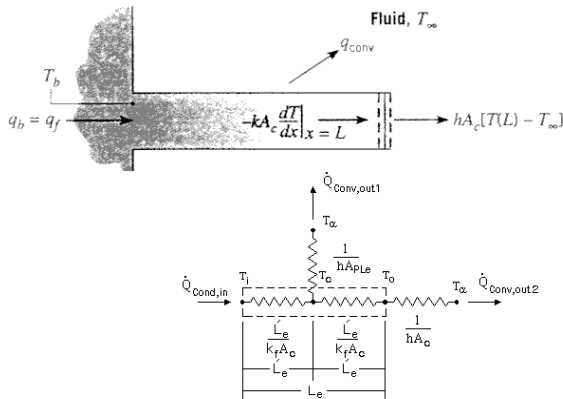
$$R_{Conv,PLE} = \frac{1}{hA_{PLE}} \quad (6)$$

เมื่อ  $R_{Conv,PLE}$  - ตัวต้านทานการพาความร้อนผิวด้านข้าง Element ( $^\circ C/W$ )

### 3.2 สมดุลย์ความร้อนที่ปลายครีบ

ความร้อนที่ถ่ายเทออกจากพื้นที่ส่วนปลายเนื่องจากการพาความร้อนย่อมเท่ากับค่าความร้อนที่เกิดขึ้นเนื่องจากการนำความร้อนไปยังพื้นที่ส่วนปลาย[2]

สำหรับการคำนวณแบบแบ่งเป็น Volume element นั้น จะเห็นได้ว่าอัตราการถ่ายเทความร้อนเนื่องจากการนำความร้อนที่เข้า Element ชั้นปลายสุดจะเท่ากับอัตราการถ่ายเทความร้อนเนื่องจากการพาความร้อนที่ผิวครีปและที่พื้นที่หน้าตัดส่วนปลาย



รูปที่ 3 สมดุลย์ความร้อนกรณีมีส่วนปลายครีปมีการถ่ายเทความร้อนให้สังเกตสมดุลย์การถ่ายเทความร้อนที่ส่วนปลาย

ตัวต้านทานการพาความร้อนที่ส่วนปลาย สามารถหาค่าได้ดังนี้[3]

$$R_{Conv,tip} = \frac{1}{hA_c} \quad (7)$$

เมื่อ  $R_{Conv,tip}$  - ตัวต้านทานการพาความร้อนที่ปลายหน้าตัด Element ( $^{\circ}C/W$ )

#### 4. การคำนวณเปรียบเทียบ

กำหนดให้ครีประบายความร้อนแบบแผ่นแบนทำด้วยเหล็กกล้าไร้สนิม มีขนาดกว้าง 250 mm. ยาว(L) 25 mm. หนา 1 mm. ติดอยู่กับผนังอุณหภูมิ( $T_b$ ) 250  $^{\circ}C$  ระบายความร้อนด้วยน้ำไหลผ่านด้วยความเร็ว 2.5 m/s ที่อุณหภูมิ( $T_{\infty}$ ) 20  $^{\circ}C$  มีค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อนโดยเฉลี่ย (h) 7250  $W/m^2 \cdot ^{\circ}C$  และค่าสภาพการนำความร้อนแผ่นครีปโดยเฉลี่ย( $k_f$ ) 15.1518  $W/m \cdot ^{\circ}C$

ซึ่งคำนวณค่าต่างๆได้ดังนี้

$$A_c(\text{พื้นที่หน้าตัดครีป}) = 0.00025 \text{ m}^2$$

$$P(\text{เส้นรอบรูปหน้าตัดครีป}) = 0.502 \text{ m}$$

$$A_s(\text{พื้นที่ผิวทั้งหมด}) = 0.0128 \text{ m}^2$$

##### 4.1 คำนวณด้วยทฤษฎีการถ่ายเทความร้อนผ่านแผ่นครีป

มีขั้นตอนการคำนวณดังนี้

1. คำนวณค่า m จาก (2)  
 $m = 980.2054484 \text{ m}^{-1}$
2. คำนวณอุณหภูมิเฉลี่ยของครีประบายความร้อนจาก (1)  
 $T_{avg} = 29.20247129 \text{ }^{\circ}C$
3. คำนวณอัตราการถ่ายเทความร้อนจาก (4)

$$\dot{Q}_f = 853.9848 \text{ W}$$

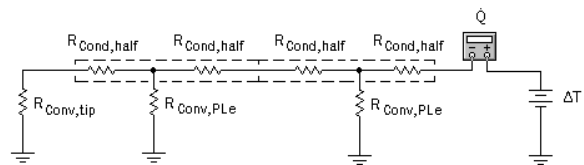
##### 4.2 คำนวณด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์

สำหรับการคำนวณนี้ใช้โปรแกรมอิเล็กทรอนิกส์เวอร์คเบเนซคำนวณ แต่อย่างไรก็ตามสามารถใช้โปรแกรมสำเร็จรูปวิเคราะห์วงจรไฟฟ้าอื่นก็ได้

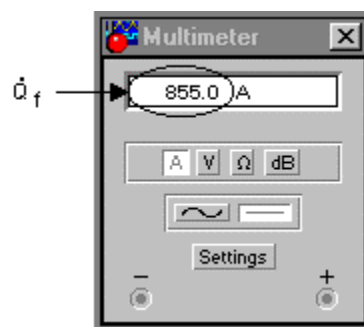
เริ่มต้นด้วยการคำนวณความต้านทานการพาความร้อนปลายหน้าตัด Element จาก(7)  $R_{Conv,tip} = 0.5517 \text{ }^{\circ}C/W$  แล้วทำการคำนวณตามรายการคำนวณดังตารางที่ 1 ซึ่งการหาค่าอัตราการถ่ายเทความร้อน หาได้โดยการเขียนตัวต้านทานลงใน Work sheet ในโปรแกรมอิเล็กทรอนิกส์เวอร์คเบเนซ แสดงดังรูปที่ 4 แล้วจึงให้โปรแกรมคำนวณอัตราการถ่ายเทความร้อน( $\dot{Q}_f$ ) ดังรูปที่ 5 ซึ่งค่ากระแสไฟฟ้าที่ได้คืออัตราการถ่ายเทความร้อนนั่นเอง

ตารางที่ 1 รายการคำนวณเปรียบเทียบกรณีแบ่งความยาวครีปเป็น 50,100 และ 200 ชั้น

รายการคำนวณ	50 ชั้น	100 ชั้น	200 ชั้น
$L'_e$ (m)	0.00025	0.000125	0.0000625
$R_{Cond, half}$ ( $^{\circ}C/W$ )	0.0656	0.0328	0.0164
$A_{Ple}$ ( $m^2$ )	0.000251	0.0001255	0.00006275
$R_{Conv, Ple}$ ( $^{\circ}C/W$ )	0.5495	1.0991	2.1981
$\dot{Q}_f$ (W)	832.2	850.4	855.0
Error (%)	-2.55	-0.42	0.12



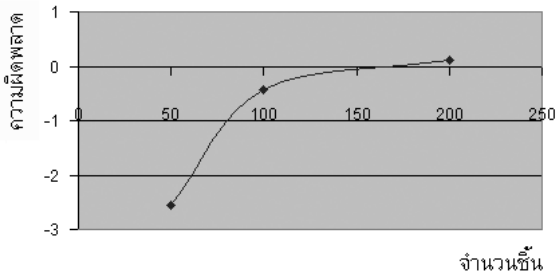
รูปที่ 4 วงจรไฟฟ้าในโปรแกรมอิเล็กทรอนิกส์เวอร์คเบเนซ สำหรับการแบ่งความยาวครีป 2 Element และมีการพาความร้อนที่ส่วนปลาย



รูปที่ 5 ผลการคำนวณด้วยโปรแกรมอิเล็กทรอนิกส์เวอร์คเบเนซ สำหรับการแบ่งความยาวครีปเป็น 200 ชั้น

#### 5. วิเคราะห์ผล

จากค่าความผิดพลาดที่แตกต่างจากทฤษฎี(%Error) ดังตารางที่ 1 เมื่อนำมาเขียนกราฟจะเห็นได้ว่าเมื่อแบ่งจำนวนชั้นมากขึ้นค่าความผิดพลาดลดน้อยลงดังรูปที่ 6



รูปที่ 6 แนวโน้มค่าความผิดพลาดลดลงเมื่อแบ่งเป็นจำนวนชั้นมากขึ้น

## 6. สรุป

เมื่อกำหนดให้ครีบบรรเทาความร้อนแบบแผ่นแบนทำด้วยเหล็กกล้าไร้สนิม มีขนาดกว้าง 250 mm. ยาว 25 mm. หนา 1 mm. ติดอยู่กับผนังอุณหภูมิ 250 °C ระบายความร้อนด้วยน้ำไหลผ่านด้วยความเร็ว 2.5 m/s ที่อุณหภูมิ 20 °C มีค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อนโดยเฉลี่ย 7250 W/m<sup>2</sup>.°C และค่าสภาพการนำความร้อนแผ่นครีบบโดยเฉลี่ย 15.1518 W/m.°C แล้วทำการแบ่งครีบบรรเทาความร้อนเป็นชั้นเล็กจำนวน 50 ชั้น ปรากฏว่ามีความผิดพลาด -2.55 % จำนวน 100 ชั้น มีความผิดพลาด -0.42 % และ จำนวน 200 ชั้น มีความผิดพลาด 0.12 %

ดังนั้นเห็นได้ว่าการคำนวณการถ่ายความร้อนด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ทำให้ค่าที่เชื่อถือได้เมื่อแบ่งเป็นจำนวนชั้นมากขึ้นซึ่งจะให้ค่าความผิดพลาดลดลง

## เอกสารอ้างอิง

[1] ประเสริฐ อินประเสริฐ, "การใช้ค่าความนำความร้อนโดยเฉลี่ยสำหรับครีบบรรเทาความร้อนกรณีปลายมีการถ่ายเทความร้อน", การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทย ครั้งที่ 15, ปี พ.ศ. 2544, หน้า TF28-TF33

[2] Frank P. Incropera; David P. DeWitt; 'Introduction to Heat Transfer'; 3<sup>rd</sup>; U.S.A. ; Purdue University; John Wiley&Sons,Inc; 1993; pp 115,154

[3] Frank W. Schmidt, Robert E. Henderson, Carl H. Wolgemuth.; U.S.A.; The Pennsylvania State University; 'Introduction to Thermal Sciences'; Second edition; John Wiley&Sons,Inc; Singapore; 1993; pp 388

[4] Jan F. Kreider, Ari Rabi; New York; University of Colorado at Boulder; 'Heating and Cooling of Buildings'; McGraw-Hill, inc; 1994; pp 370-378

[5] Satish P. Ketkar,Ph.D; The MacNeal-Schwendler Corporation; 'Numerical thermal analysis'; U.S.A.; ASME Press; New York; 1999; pp 59-70

[6] Yunus A. Cengel; 'Heat Transfer a Practical Approach'; U.S.A.; University of Nevada,Reno; McGraw-Hill, Inc; 1998; pp 179