

## การหาโทปอโลยีเหมาะสมที่สุดของโครงสร้างโดยใช้อัลกอริทึมแบบวิวัฒนาการ Structural Topology Optimization Using Evolutionary Algorithms

ทวิชชัย คุณะโคตร<sup>1</sup> และ สุจินต์ บุรีรัตน์<sup>2</sup>  
ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น  
อำเภอเมือง จังหวัดขอนแก่น 40002

โทร. +66-43-244296 ต่อ 125, โทรสาร +66-43-245878, E-mail: kunakote@thaimail.com, sujbur@kku.ac.th

Tawatchai Kunakote and Sujin Bureerat

Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Khon Kaen University, Khon Kaen, 40002, Thailand., Tel. +66-43-244296  
Ext. 125 Fax: +66-43-245878

### บทคัดย่อ

บทความนี้ได้นำเสนอการประยุกต์ใช้อัลกอริทึมแบบวิวัฒนาการ เพื่อหาโทปอโลยีที่เหมาะสมที่สุดของโครงสร้าง อัลกอริทึมแบบวิวัฒนาการที่นำเสนอพร้อมรายละเอียดโดยย่อมี 4 วิธีด้วยกันคือ วิธี เจเนติกอัลกอริทึม (GA) วิธี Stud-GA วิธี PBIL และ วิธี SA วิธีการเหล่านี้ถูกนำไปใช้ในการหาคำตอบของปัญหาการหาโทปอโลยีเหมาะสมที่สุดของโครงสร้างเพื่อวัดความสามารถของอัลกอริทึม ผลจากการคำนวณที่ได้จากวิธีดังกล่าวได้ถูกนำมาเปรียบเทียบกันในรูปแบบของอัตราการลู่เข้าและความสม่ำเสมอในการค้นหาคำตอบ ได้แสดงให้เห็นว่าวิธี SA มีความสามารถในการหาคำตอบได้ดีกว่าวิธีอื่น

### Abstract

This paper presents the use of evolutionary algorithms as a tool for structural topology optimisation. A number of established evolutionary algorithms that are Genetic Algorithm (GA), stud-GA, Population-Based Incremental Learning (PBIL) and Simulated Annealing (SA) are presented and reviewed. The methods are implemented on three topology optimisation problems so as to benchmark their search capability. The results obtained from using the various algorithms are compared and discussed. It is shown that SA is superior to the others in terms of convergence rate and consistency.

### 1. บทนำ

ในปัจจุบันการหาโครงสร้างที่เหมาะสมที่สุดได้เป็นส่วนสำคัญที่จะช่วยนำวัสดุมาใช้ให้เกิดประโยชน์สูงสุด ทั้งยังลดน้ำหนักของโครงสร้างและต้นทุนในการผลิต ซึ่งขั้นตอนในการหาหรือวิธีการได้มาของโครงสร้างใหม่ที่เหมาะสมที่สุดนั้น จำเป็นต้องอาศัยขั้นตอนการออกแบบซึ่งสามารถแบ่งได้เป็นสามขั้นตอนด้วยกันคือ เริ่มต้นด้วยการ

พัฒนาชิ้นส่วนผลิตภัณฑ์ตามความต้องการของหน่วยงาน การออกแบบตามกรอบแนวคิด (conceptual design) คือแนวทางการหาคำตอบโดยประมาณที่สอดคล้องกับความต้องการเบื้องต้นที่หน่วยงานนั้นตั้งเอาไว้ การหาโทปอโลยีเหมาะสมที่สุด (topological optimisation) [1] เป็นหนึ่งในเครื่องมือที่เป็นที่นิยมใช้หาคำตอบ จากขั้นตอนนี้ซึ่งยังมีขีดจำกัดคือการได้มาซึ่งโครงร่างโดยคร่าว ๆ เท่านั้น เพื่อให้ได้สิ่งที่ดีกว่า จำเป็นจะต้องพัฒนารูปร่างของชิ้นงานโดยการหารูปร่างและขนาดเหมาะสมที่สุด (shape and sizing optimisation) ในขั้นตอนการออกแบบขั้นต้น (preliminary design) [1,2] จากสองขั้นตอนการออกแบบที่ผ่านมาจะทำให้ผู้ออกแบบได้รายละเอียดของชิ้นส่วนเกือบครบถ้วน และในขั้นตอนสุดท้ายคือการออกแบบละเอียด (detailed design) ซึ่งเกี่ยวข้องกับการวิเคราะห์ชิ้นงานอย่างละเอียด มีการดัดแปลงชิ้นส่วนบ้างเล็กน้อยเพื่อชิ้นส่วนที่ดีกว่า รวมไปถึงการสร้างและทดสอบชิ้นส่วนที่ได้รับการออกแบบ เพื่อนำไปพัฒนาเป็นต้นแบบของผลิตภัณฑ์ต่อไป

สำหรับการออกแบบชิ้นส่วนหรือโครงสร้างทางวิศวกรรมนั้น พฤติกรรมทางกายภาพของโครงสร้าง อาทิเช่น การแอ่นตัวเนื่องจากแรงภายนอกที่มากระทำ ความถี่ธรรมชาติ และพลังงานศักย์ยืดหยุ่นของโครงสร้างจะถูกอธิบายด้วยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ซึ่งอยู่รูปของสมการเชิงอนุพันธ์ การหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์เหล่านี้ด้วยกระบวนการวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ เป็นไปได้ถ้าโดเมนของปัญหา (หรือรูปร่างของโครงสร้าง) มีรูปร่างอย่างง่ายเช่นสี่เหลี่ยมมุมฉาก แต่ในความเป็นจริงแล้ว รูปร่างของชิ้นส่วนต่างๆที่ใช้งานจริงมีความซับซ้อนจนทำให้เกิดความยากหรือเป็นไปได้ที่จะหาผลเฉลยของพฤติกรรมของโครงสร้างด้วยวิธีวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ ดังนั้นจึงมีการนำวิธีหาผลเฉลยโดยการประมาณมาประยุกต์ใช้แทนนั้นคือวิธีคำนวณเชิงตัวเลข สำหรับการทำนายพฤติกรรมทางกายภาพของโครงสร้างแล้วระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (finite element analysis) เป็นหนึ่งในวิธีที่ได้รับความนิยมมากที่สุด [3] ในยุคที่คอมพิวเตอร์มี

<sup>1</sup> นักศึกษามหาบัณฑิตศึกษา ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

<sup>2</sup> อาจารย์ประจำ ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

สมรรถนะสูงขึ้นการวิเคราะห์พฤติกรรมของระบบทางวิศวกรรมที่มีความซับซ้อนซึ่งไม่ใช่เรื่องที่เป็นไปไม่ได้อีกต่อไป

ในทางคณิตศาสตร์ ปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดคือการหาค่าของตัวแปรออกแบบ (design variables) เช่นความหนาของวัสดุ ซึ่งเป็นเวกเตอร์หลายมิติเพื่อให้ได้ค่าฟังก์ชันเป้าหมาย (objective function) ที่เหมาะสมที่สุด เช่นการหาน้ำหนักต่ำที่สุด และคำตอบนั้นต้องสอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับ (constraints) ดังเช่น โครงสร้างน้ำหนักเบาแต่ทนต่อแรงกระทำได้ สิ่งหนึ่งที่นักออกแบบจะต้องคำนึงถึงคือวิธีการหาค่าตอบ หรือวิธีการหาค่าเหมาะที่สุด วิธีการหาค่าเหมาะที่สุดสามารถแบ่งอย่างคร่าวๆ ออกได้เป็นสองกลุ่มคือวิธีการที่ใช้และไม่ใช้อนุพันธ์ในการหาค่าตอบ ส่วนหนึ่งของวิธีการที่ไม่ใช้อนุพันธ์คือ อัลกอริทึมแบบวิวัฒนาการ (evolutionary algorithms) [4] ที่นิยมใช้และเป็นที่รู้จักคือ วิธี GA [5] และ วิธี SA [6,7] ย้อนหลังไปประมาณ 10 ปีนี้ได้มีการพัฒนา EAs ขึ้นมาหลากหลายวิธีเช่น การดัดแปลง วิธี GA มาเป็น วิธี Stud-GA [8] และ วิธี PBIL [9] อัลกอริทึมแบบวิวัฒนาการมีข้อได้เปรียบวิธีการหาค่าเหมาะที่สุดวิธีอื่น กล่าวคือ ความง่ายในการประยุกต์ใช้งาน สามารถนำมาแก้ปัญหาได้หลากหลายรูปแบบของฟังก์ชันเป้าหมาย และตัวแปรออกแบบ อีกทั้งยังมีความสามารถในการเข้าสู่จุดเหมาะที่สุดดวงกว้าง (global optimum) อย่างไรก็ตามวิธีการเหล่านี้ยังมีจุดด้อยค่อนข้างมากนั่นคือความช้าในการหาจุดเหมาะที่สุดเนื่องจากเป็นวิธีการค้นหาคำตอบแบบสุ่ม และไม่มีการรับประกันว่าวิธีการจะนำไปสู่จุดเหมาะที่สุด เพราะยากแก่การตรวจสอบเงื่อนไขความเหมาะสมที่สุด (optimality conditions)

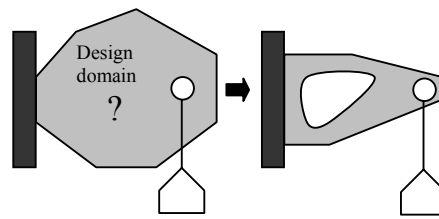
ในบทความนี้ เป็นการนำเสนอการประยุกต์ใช้วิธีอัลกอริทึมแบบวิวัฒนาการกล่าวคือ วิธี GA วิธี SA วิธี Stud-GA และ วิธี PBIL กับปัญหาการหาโทโพโลยีเหมาะที่สุดของโครงสร้างแบบแผ่นที่รับภาระในแนวระนาบและอยู่ในช่วงขีดจำกัดความยืดหยุ่น โดยมีฟังก์ชันเป้าหมายคือพลังงานความเครียดรวมและน้ำหนักของระบบโครงสร้าง ในส่วนของโครงสร้างประกอบด้วย โครงสร้างคานยื่นแบบแผ่น โครงสร้างคานยื่นแบบแผ่นเจาะรู และแบบจำลองโครงสร้างสะพานสองมิติ ผลการออกแบบที่ได้จะนำมาเปรียบเทียบกันเพื่อหาวิธีวิวัฒนาการที่มีประสิทธิภาพเหมาะสำหรับการออกแบบชนิดนี้

## 2. การหาโทโพโลยีเหมาะที่สุด (Topology Optimization)

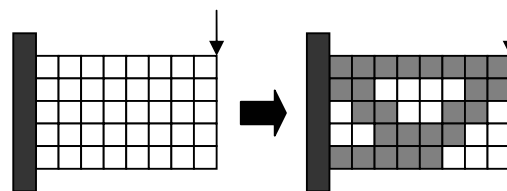
หลักการของการหาโทโพโลยีเหมาะที่สุดคือการหาโครงสร้างหรือรูปทรงโดยประมาณของวัตถุหรือโครงสร้างที่เราต้องการนำมาใช้งานอย่างใดอย่างหนึ่ง ตัวอย่างเช่นถ้าเราต้องการโครงสร้างคานยื่นแบบแผ่นรับแรงที่ปลายคานรูปร่างของวัตถุนี้ควรเป็นอย่างไร หรืออาจตั้งปัญหาว่าเราจะเจาะรูที่รู รูมีรูปร่างอย่างไร ขนาดเท่าไร เจาะลงที่ส่วนไหนของแผ่นโลหะเพื่อที่ว่าโครงสร้างที่ได้มาจะมีราคาถูกแต่สมรรถนะสูงดังแสดงในรูปที่ 1 ในมุมมองทางคณิตศาสตร์ปัญหาการออกแบบนี้คือการหาค่าเหมาะที่สุด สำหรับโครงสร้างแบบแผ่นนั้นโดยทั่วไปจะแบ่งพื้นที่ออกแบบ (design domain) ออกเป็นเอลิเมนต์เล็กๆ สำหรับการวิเคราะห์โครงสร้างด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ฟังก์ชันเป้าหมายที่นิยมใช้คือค่าพลังงานความเครียด ความถี่ธรรมชาติ และน้ำหนักของ

โครงสร้าง [10] ส่วนตัวแปรออกแบบที่เป็นไปได้คือ ความหนาของเอลิเมนต์ หลังจากการหาค่าเหมาะที่สุดแล้วถ้าเอลิเมนต์ไหนมีความหนาเข้าใกล้ศูนย์แสดงว่าต้องทำการเจาะรูพื้นที่ตรงนั้นดังตัวอย่างในรูปที่ 2 นอกจากนี้ยังสามารถพิจารณาใช้ตัวแปรอื่น [11] เช่นความหนาแน่นของเอลิเมนต์ ค่ายังโมดูลัสของเอลิเมนต์ เป็นต้น

สำหรับวิธีการหาค่าเหมาะที่สุดที่เป็นที่นิยมใช้สำหรับการออกแบบนี้คือวิธี optimality criteria [12] ซึ่งอาจกล่าวได้ว่าเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพมากที่สุดวิธีหนึ่ง นอกจากนี้ยังมีการประยุกต์ใช้วิธีค้นหาแบบใช้อนุพันธ์เช่น method of moving asymptotes [13] และ sequential linear programming [14] ในส่วนการประยุกต์ใช้อัลกอริทึมแบบวิวัฒนาการนั้น ส่วนใหญ่จะเป็นการใช้วิธี GA หรือการดัดแปลงวิธี GA เพื่อหาค่าตอบ [15-18] และมีการประยุกต์ใช้วิธี SA ใน [19,20] ปัญหาส่วนใหญ่ที่เกิดขึ้นคือการใช้เวลาในการหาค่าตอบที่นานเกินความจำเป็นทำให้ไม่เป็นที่นิยมมากนัก ถึงแม้จะยังคงมี จุดเด่นที่สามารถใช้ได้กับฟังก์ชันเป้าหมายทุกประเภท



รูปที่ 1 การหาโทโพโลยีเหมาะที่สุดของโครงสร้าง



รูปที่ 2 การแบ่งกริดเพื่อหาโทโพโลยีเหมาะที่สุด

## 3. อัลกอริทึมแบบวิวัฒนาการ (Evolution Algorithm, EA)

หลักเบื้องต้นของอัลกอริทึมแบบวิวัฒนาการคือการค้นหาจุดเหมาะที่สุดด้วยกลุ่มของคำตอบ เริ่มต้นด้วยการสร้างกลุ่มของคำตอบหรือประชากรแบบสุ่ม (initial population) ทำการสร้างกลุ่มประชากรลูก (offspring) ขึ้นมาด้วยวิธีการทางคณิตศาสตร์และการสุ่มที่เหมาะสม จากนั้นทำการเลือกประชากรรุ่นใหม่ (new generation) จากประชากรสองกลุ่มข้างต้นโดยใช้ค่าความสมบูรณ์ (ที่สอดคล้องกับค่าฟังก์ชันเป้าหมาย) ของสมาชิกในกลุ่มเป็นเกณฑ์ในการเลือกกลุ่มประชากรรุ่นใหม่ การจำลองการวิวัฒนาการจะถูกทำไปหลายๆ รุ่นจนสมาชิกในกลุ่มประชากรไปถึงจุดเหมาะที่สุด สำหรับอัลกอริทึมแบบวิวัฒนาการที่ใช้ในบทความนี้มีดังนี้

### 3.1 วิธีจีเนติกอัลกอริทึม (Genetic Algorithm, GA) และ stud-GA

วิธี GA เป็นวิธีการหาค่าเหมาะสมที่สุดที่เลียนแบบหลักการถ่ายทอดทางพันธุกรรม เริ่มต้นด้วยกลุ่มโครโมโซมหรือกลุ่มคำตอบของการหาค่าเหมาะสมที่สุด ทำการคัดเลือกโครโมโซมโดยเลียนแบบการหมุนรูเล็ต โครโมโซมที่มีความสมบูรณ์ (fitness) มากมีโอกาสถูกเลือกมากกว่า นำแต่ละคู่ของโครโมโซมที่ถูกเลือกมา crossover กัน กล่าวคือการสร้างคู่โครโมโซมใหม่จากการสลับกันบางส่วนระหว่างโครโมโซมหนึ่งคู่ดังแสดงในรูปที่ 3 กรณีที่โครโมโซมถูกแสดงด้วยชุดตัวเลขฐานสอง

```

Parent: 1111111111111111
         0000000000000000
Crossover: 1111111111111111
           0000000000000000
Children: 1111111111000000
          0000000000111111
    
```

รูปที่ 3 Crossover

เมื่อได้ประชากรชุดใหม่จาก crossover แล้วสมาชิกในกลุ่มประชากรลูกยังมีโอกาสเกิดการเปลี่ยนแปลงเล็กน้อยจากการ mutation ดังรูปที่ 4 และ translation ในรูปที่ 5 ตัวดำเนินการเหล่านี้จะถูกดำเนินการภายใต้ความน่าจะเป็นที่กำหนด ความน่าจะเป็นในการเกิด mutation หรือ translation ควรมีค่าต่ำทั้งนี้ขึ้นอยู่กับชนิดของปัญหาการออกแบบ ในขณะที่ความน่าจะเป็นของการ crossover ควรมีค่าสูง ประชากรชุดใหม่ที่ได้จะถูกส่งต่อไปยังรุ่นต่อไปจนกระทั่งกลุ่มประชากรลูเข้าหาค่าตอบ

```

Before 1110000110011011100   Before 1111111100000000000000
After  1110000110011011100   After  000000000000000011111111
    
```

รูปที่ 4 Mutation

รูปที่ 5 Translation

นอกจาก วิธี GA อย่างง่ายที่กล่าวถึงไปแล้วยังมี วิธี GA ที่ดัดแปลงอีกมากมายในงานวิจัยทางวิศวกรรม หนึ่งในนั้นคือ วิธี Stud-GA [8] เป็นวิธีวิวัฒนาการอีกวิธีหนึ่ง วิธี Stud-GA เริ่มต้นด้วยการกำเนิดประชากรเริ่มต้นจากการสุ่มแล้วเลือกโครโมโซมที่ดีที่สุดหนึ่งโครโมโซมเรียกว่า stud สร้างโครโมโซมใหม่จาก stud โดยใช้ขั้นตอนการ mutation จนกระทั่งได้ประชากรใหม่ตามจำนวนที่ต้องการ กลุ่มโครโมโซมใหม่ยังมีโอกาสเกิด translation ขึ้นอยู่กับค่าความน่าจะเป็นที่กำหนด เลือกโครโมโซมที่มีค่าฟังก์ชันเป้าหมายที่ดีที่สุดจำนวนโครโมโซมทั้งเก่าและใหม่มาเป็น stud ทำซ้ำจนกระทั่ง stud ลู่เข้าหาค่าตอบ

### 3.2 วิธี Population-Based Incremental Learning (PBIL)

กลุ่มคำตอบหรือประชากรของ วิธี PBIL ถูกแสดงด้วยเวกเตอร์ของความน่าจะเป็นไปที่จะเกิดเลข 0 หรือ 1 ของแต่ละตำแหน่งบิต (bit) ของกลุ่มโครโมโซมที่เป็นตัวเลขฐานสอง รูปที่ 6 แสดงเวกเตอร์ของความน่าจะเป็นไปในการเกิดเลข 1 ในตำแหน่งบิตต่างๆ ของประชากร จะ

เห็นได้ว่าหนึ่งเวกเตอร์ความน่าจะเป็นไปได้สามารถแทนด้วยประชากรหลากหลายรูปแบบ การหาค่าตอบของวิธีการนี้เริ่มต้นด้วยการกำหนดค่าความน่าจะเป็นไปที่จะมีเลขหนึ่งในแต่ละตำแหน่งบิตเท่ากันทั้งหมดคือ 0.5 จากนั้นกำเนิดกลุ่มตัวเลขฐานสอง (กลุ่มประชากร) จากเวกเตอร์นี้โดยการสุ่ม สมาชิกที่ให้ค่าฟังก์ชันเป้าหมายเหมาะสมที่สุดจะถูกเลือก จากนั้นเวกเตอร์ของความน่าจะเป็นจะเกิดการเปลี่ยนแปลงดังนี้ [21]

$$P_i' = P_i(1 - LR) + (B_i)LR \quad (1)$$

เมื่อ  $P_i'$  คือค่าความน่าจะเป็นไปได้ใหม่ของการมีเลข 1 ในตำแหน่งบิตหลักที่  $i^{\text{th}}$  ของประชากร  $P_i$  คือค่าความน่าจะเป็นไปได้ชุดเก่าของการมีเลข 1 ในตำแหน่งบิตหลักที่  $i^{\text{th}}$  ของประชากร  $B_i$  คือค่าตัวเลขหลักที่  $i^{\text{th}}$  อาจเป็น 0 หรือ 1 ของโครโมโซมที่ดีที่สุดในแต่ละรอบของการค้นหาคำตอบ และ  $LR$  คือ อัตราการเรียนรู้ (Learning Rate) มีค่าอยู่ระหว่าง 0 และ 1 ซึ่งจะมีค่าลดลงระหว่างกระบวนการค้นหา นอกจากนี้เวกเตอร์ของความน่าจะเป็นไปได้ยังมีโอกาสเกิดการเปลี่ยนแปลงด้วยความน่าจะเป็นไปที่กำหนดให้ดังนี้ [21]

$$P_i'' = P_i'(1 - ms) + \text{rand}(0 \text{ or } 1)ms \quad (2)$$

เมื่อ  $P_i''$  คือ การเปลี่ยนแปลงค่าของ  $P_i'$  จากสมการที่สอง และ  $ms$  คือค่าคงที่ที่กำหนดขึ้น ขบวนการในแต่ละรอบของการค้นหาเวกเตอร์ของความน่าจะเป็นไปได้และสมาชิกที่ดีที่สุดจะถูกพัฒนาจนลูเข้าสู่จุดเหมาะสมที่สุด

Population # 1	Population # 2	Population # 3
0011	1010	1010
1100	1100	0101
1100	1100	1010
0011	1100	0101
Representation	Representation	Representation
0.5 0.5 0.5 0.5	1.0 0.75 0.25 0.0	0.5 0.5 0.5 0.5

รูปที่ 6 เวกเตอร์ของความน่าจะเป็น

### 3.3 วิธี Simulated Annealing (SA)

วิธี SA ใช้หลักการเปรียบเทียบกับกระบวนการหลอมเหลวโลหะและทำการลดอุณหภูมิอย่างช้าๆ จนกระทั่งของเหลวกลายเป็นผลึก ซึ่งเป็นสภาวะที่มีพลังงานน้อยที่สุด ณ อุณหภูมินี้เรียกว่า อุณหภูมิดุลยภาพ (thermal equilibrium) ในการประยุกต์ใช้กับการหาค่าเหมาะสมที่สุดนั้น เริ่มต้นด้วยการสุ่มหาค่าผลเฉลยเริ่มต้นที่ให้ค่าฟังก์ชันเป้าหมาย  $f$  ทำการสร้างผลเฉลยตัวใหม่โดยการสุ่มเลือกค่าที่เหมาะสมกับผลเฉลยเก่าและมีค่าฟังก์ชันเป้าหมายใหม่เป็น  $f'$  ผลเฉลยเก่าจะถูกแทนที่ด้วยผลเฉลยใหม่ถ้า  $f' < f$  ในกรณีของการหาค่าต่ำที่สุด อย่างไรก็ตามถ้า  $f' > f$  ผลเฉลยใหม่ก็ยังมีโอกาสแทนที่ผลเฉลยเก่าด้วยความน่าจะเป็นไปได้ของโบลทแมน (Boltzmann probability) ซึ่งสามารถคำนวณได้จากสมการ [22]

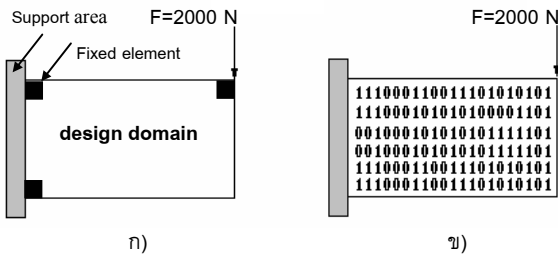
$$\text{Pr} = e^{-\frac{f-f'}{T}} \quad (3)$$

เมื่อ  $T$  คือ อุณหภูมิควบคุมในขบวนการแอนนีลลิ่ง (Annealing) ซึ่งจะมีค่าลดลงระหว่างขบวนการในแต่ละรอบการคำนวณ

#### 4. กรณีศึกษาการออกแบบ

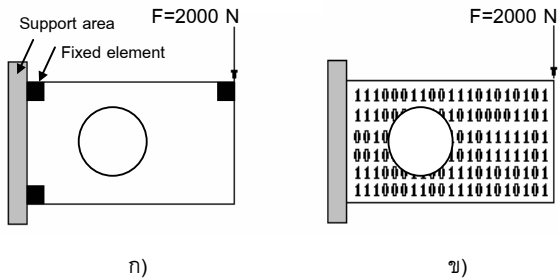
งานนี้เป็นการศึกษาการหาโทโปโลยีที่เหมาะสมที่สุดของโครงสร้างแบบแผ่นด้วยอัลกอริทึมแบบวิวัฒนาการโดยใช้ชุดตัวฐานสองเป็นตัวแทนของความหนาของแต่ละเอลิเมนต์ กล่าวคือให้ 0 แทนความหนาที่เข้าใกล้ศูนย์หรือการเกิดรู ขณะที่เลข 1 แทนส่วนที่มีเนื้อวัสดุ เป้าหมายคือการหาหน้าหนักและพลังงานความเครียดต่ำที่สุดของระบบที่ใช้เอลิเมนต์แบบแผ่นยืด (membrane) ในการวิเคราะห์โครงสร้าง เพื่อที่จะเปรียบเทียบอัตราการลู่เข้าของวิธีวิวัฒนาการ ได้ทำการระบุจำนวนครั้งของการวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเมนต์ให้เท่ากันในการหาจุดเหมาะสมที่สุดด้วยวิธีวิวัฒนาการแต่ละวิธี และเพื่อตรวจสอบความสม่ำเสมอของวิธีวิวัฒนาการ ได้ทำการหาคำตอบจากการใช้แต่ละวิธีเป็นจำนวน 5 ครั้ง สำหรับโครงสร้างที่ออกแบบเพื่อนำไปใช้งานในวัตถุประสงค์ที่แตกต่างกัน มีดังต่อไปนี้

##### 4.1 กรณีออกแบบโครงสร้างคานยื่นแบบแผ่น



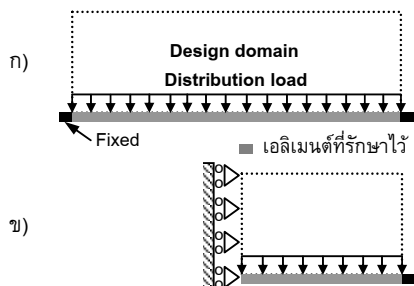
รูปที่ 7 ก) ขอบเขตการออกแบบของโครงสร้างแบบคานยื่น ข) กำหนด จำนวน เอลิเมนต์เท่ากับ 200 และแทนเอลิเมนต์แต่ละเอลิเมนต์ ด้วย ตัวเลข 0 หรือ 1

##### 4.2 กรณีออกแบบโครงสร้างคานยื่นแบบแผ่นเจาะรู



รูปที่ 8 ก) ขอบเขตการออกแบบของโครงสร้างแบบคานยื่นเจาะรู ข) กำหนด จำนวนเอลิเมนต์เท่ากับ 175 และแทนเอลิเมนต์แต่ละเอลิเมนต์ ด้วย ตัวเลข 0 หรือ 1

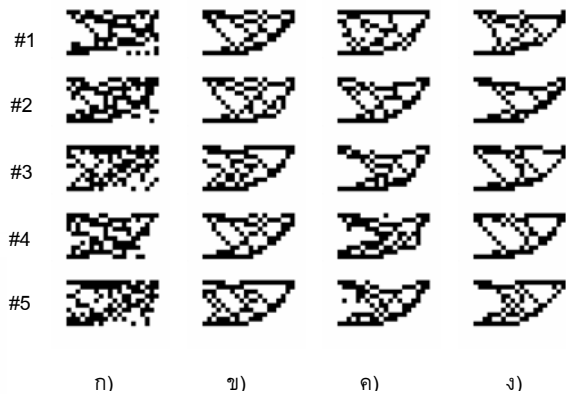
##### 4.3 กรณีออกแบบ แบบจำลองโครงสร้างสะพาน 2 มิติ



รูปที่ 9 ก) ขอบเขตการออกแบบของโครงสร้างสะพาน ซึ่ง ยาว 15 เมตร สูง 5 เมตร ข) เนื่องจากโครงสร้างมีลักษณะสมมาตร ดังนั้นจึงแบ่งพิจารณา เพียงครึ่งเดียว และกำหนดจำนวนเอลิเมนต์เท่ากับ 231 และแทนเอลิเมนต์แต่ละเอลิเมนต์ด้วย ตัวเลข 0 หรือ 1

#### 5. ผลการออกแบบ

กรณีที่ 1 โครงสร้างคานยื่นแบบแผ่น จากการหาคำตอบครั้งที่



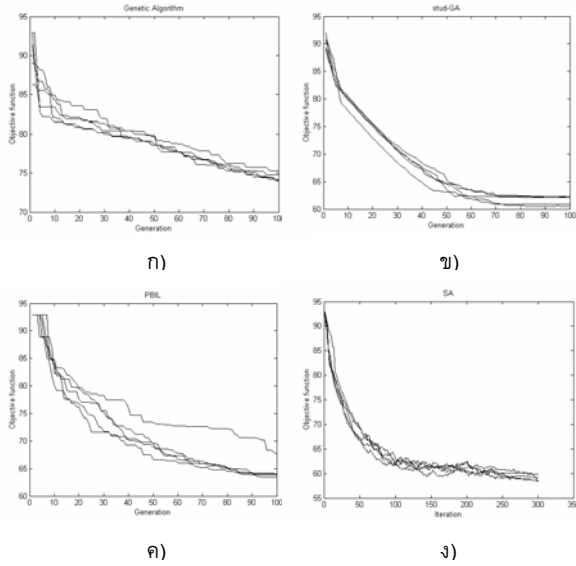
รูปที่ 10 ผลการออกแบบ

รูปที่ 10 แสดงโทโปโลยีที่เหมาะสมที่สุดของโครงสร้างแบบคานยื่นในแต่ละวิธี โดยกำหนดจำนวนครั้งในการวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเมนต์เท่ากับ 100 และประชากร เท่ากับ 60 (เฉพาะวิธี GA วิธี Stud-GA และ วิธี PBIL) จาก รูป ก) โครงสร้างที่ได้จาก วิธี GA โดยกำหนดค่าความเป็นไปได้ในการดำเนินการ Crossover เท่ากับ 1.0 mutation เท่ากับ 0.05 และ translation เท่ากับ 0.01 รูป ข) โครงสร้างที่ได้จากวิธี stud-GA โดยกำหนดค่าความเป็นไปได้ในการดำเนินการ mutation เท่ากับ 1.0 และ translation เท่ากับ 0.05 รูป ค) โครงสร้างที่ได้จากวิธี PBIL โอกาสเกิดการเปลี่ยนแปลงค่า Probability vector เท่ากับ 0.05 และ ค่า  $ms$  เท่ากับ 0.2 รูป ง) โครงสร้างที่ได้จากวิธี SA โดยกำหนดจำนวนครั้งในการวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเมนต์เท่ากับ 300 และชุดการดำเนินการเลือกแบบสุ่ม (รอบๆ ค่าผลเฉลยครั้งก่อน) เท่ากับ 20 อุณหภูมิควมคุมเริ่มต้น ( $T_i$ ) เท่ากับ 10 และ ต่ำสุด ( $T_f$ ) เท่ากับ 0.001

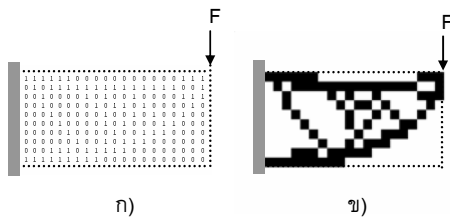


รูปที่ 11 โทโปโลยีที่เหมาะสมที่สุดของโครงสร้างคานยื่นแบบแผ่นที่ได้จากโปรแกรม ANSYS โดยใช้วิธี Optimality Criteria

ก) ปริมาตรลดลง 40 % ข) ปริมาตรลดลง 50 % ค) ปริมาตรลดลง 60 % ง) ปริมาตรลดลง 65 %



รูปที่ 12 กราฟผลการค้นหาคำตอบของโครงสร้างแบบคานยื่น ก) วิธี GA ข) วิธี stud-GA ค) วิธี PBIL และ ง) วิธี SA

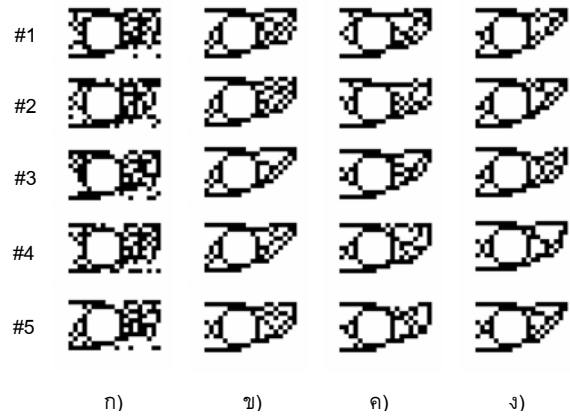


รูปที่ 13 ตัวอย่างรูปแบบโครงสร้างโทปอโลยีที่เหมาะสมที่สุดจากวิธี SA ก) เอลิเมนต์ที่แทนด้วย ไบนารีสตริง 0 หรือ 1 ข) เลข 1 แทนด้วยสีดำแทนเอลิเมนต์ที่ รักษาไว้ เลข 0 แทนด้วยสีขาว คือเอลิเมนต์ที่นำออกจากโครงสร้าง

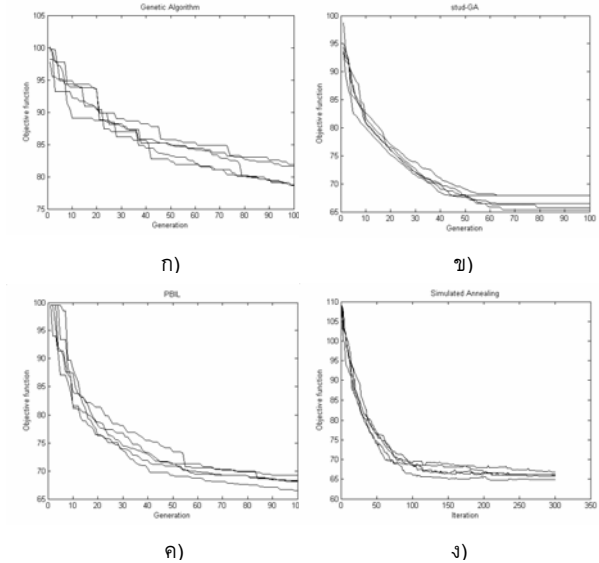
NO.	Objective function			
	GA	stud-GA	PBIL	SA
1	74.1754	60.8942	63.4549	59.8774
2	75.2702	62.2747	63.7914	59.1482
3	74.8097	62.0707	63.6883	58.5893
4	74.0049	60.5114	67.6985	58.5344
5	73.9695	62.3194	64.0608	58.3925
Mean	74.4459	61.6141	64.5388	58.9083
Std	0.5715	0.8480	1.7797	0.6133

ตารางที่ 1 ค่าฟังก์ชันเป้าหมายที่ได้จากการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดโดยใช้วิธีวิวัฒนาการ 5 ครั้ง ของการทดสอบกรณีที่ 1

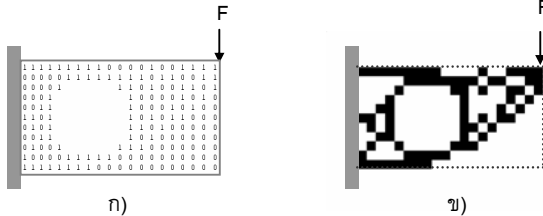
กรณีที่ 2 โครงสร้างคานยื่นแบบแผ่นเจาะรู จากผลการหาค่าตอบ 5 ครั้ง



รูปที่ 14 แสดงโทปอโลยีที่เหมาะสมที่สุดของโครงสร้างแบบคานยื่นเจาะรูที่ได้จากการใช้ EAs วิธีต่างๆ โดยใช้ค่าคงที่เหมือนกับกรณีที่ 1 ก) วิธี GA ข) วิธี stud-GA ค) วิธี PBIL และ ง) วิธี SA



รูปที่ 15 กราฟผลการค้นหาคำตอบของโครงสร้างแบบคานยื่นเจาะรู ก) วิธี GA ข) วิธี stud-GA ค) วิธี PBIL และ ง) วิธี SA

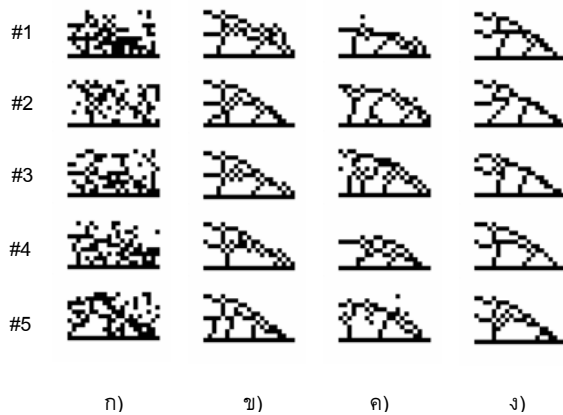


รูปที่ 16 ตัวอย่างรูปแบบโทปอโลยีที่เหมาะสมที่สุดจากวิธี SA ของโครงสร้างแบบคานยื่นเจาะรู ก) เอลิเมนต์ที่แทนด้วย ไบนารีสตริง 0 หรือ 1 ข) เลข 1 แทนด้วยสีดำแทนเอลิเมนต์ที่ รักษาไว้ เลข 0 แทนด้วยสีขาว คือเอลิเมนต์ที่นำออกจากโครงสร้าง

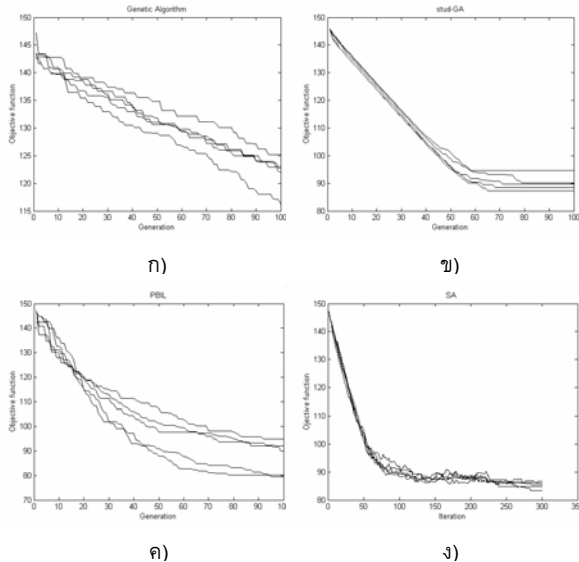
NO.	Objective function			
	GA	stud-GA	PBIL	SA
1	78.7376	67.9538	68.3253	66.2656
2	81.5804	67.9441	68.2596	66.0068
3	78.6405	65.3455	66.5070	66.8154
4	81.9152	65.8118	69.2112	65.8130
5	78.6580	66.5136	68.1650	64.8908
Mean	79.9063	66.7138	68.0936	65.9583
Std	1.6856	1.2018	0.9814	0.7057

ตารางที่ 2 ค่าฟังก์ชันเป้าหมายที่ได้จากการหาค่าเหมาะสมที่สุดโดยใช้วิธีวิวัฒนาการ 5 ครั้ง ของการทดสอบกรณีที่ 2

กรณีที่ 3 แบบจำลองโครงสร้างสะพาน จากผลการหาค่าตอบ 5 ครั้ง



รูปที่ 17 แสดงรูปร่างโทโปโลยีที่เหมาะสมที่สุดของ แบบจำลองโครงสร้างสะพาน 2 มิติ โดยใช้ค่าคงที่เหมือนกับกรณีที่ 1 และ 2  
 ก) วิธี GA ข) วิธี stud-GA ค) วิธี PBIL และ ง) วิธี SA



รูปที่ 18 กราฟผลการทดสอบโครงสร้างสะพาน 2 มิติ ก) วิธี GA ข) วิธี stud-GA ค) วิธี PBIL และ ง) วิธี SA

NO.	Objective function			
	GA	stud-GA	PBIL	SA
1	121.8865	94.5975	79.4399	85.9462
2	122.7373	88.4160	92.0000	84.9032
3	123.0051	87.2193	94.8671	83.2754
4	116.1701	90.1051	80.2014	85.3696
5	125.1787	89.6810	90.0591	86.5714
Mean	121.7956	90.0038	87.3135	85.2132
Std	3.3708	2.8058	7.0557	1.2508

ตารางที่ 3 ค่าฟังก์ชันเป้าหมายที่ได้จากการหาค่าเหมาะสมที่สุดโดยใช้วิธีวิวัฒนาการ 5 ครั้ง ของการทดสอบกรณีที่ 3



รูปที่ 19 ตัวอย่างโทโปโลยีที่เหมาะสมที่สุดจากวิธี SA ของแบบจำลองโครงสร้างสะพาน 2 มิติ

## 6. สรุปและวิจารณ์

จากผลการออกแบบทั้ง 3 กรณีโดยใช้อัลกอริทึมแบบวิวัฒนาการทั้ง 4 วิธีจะเห็นได้ว่า ค่าฟังก์ชันเป้าหมาย แต่ละรอบการคำนวณมีค่าลดลงเรื่อยๆ ซึ่งแสดงให้เห็นถึงวิวัฒนาการในแต่ละรอบ แสดงว่า วิธีวิวัฒนาการที่นำมาใช้หาค่าคำตอบตลอดเวลา แต่เมื่อดูผลเฉลยตามตารางซึ่งเกิดจากการจำกัดจำนวนการหาค่าฟังก์ชัน และทำการหาผลเฉลยเหมาะสมที่สุดมากกว่าหนึ่งครั้งแล้วพบว่า SA มีประสิทธิภาพเหนือกว่าวิธีอื่นทั้งในเรื่องของอัตราการลู่เข้าและความสม่ำเสมอในการลู่เข้าหาค่าตอบ ทั้งนี้วัดได้จากค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของผลเฉลยที่ได้จากการใช้ EAs แต่ละวิธีการ ถึงแม้ในกรณีการออกแบบที่ 1 (ตารางที่ 1) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของ วิธี GA จะน้อยกว่า วิธี SA แต่เมื่อพิจารณาจากกราฟ รูปที่ 12 ก) และ รูปร่างโทโปโลยีที่ได้ออกมาของโครงสร้างแบบคานยื่น ดังรูปที่ 10 ก) ค่าผลเฉลยที่ได้ยังไม่ลู่เข้า หรือค่าเฉลี่ยยังสูงกว่าวิธีอื่น และ รูปร่างโทโปโลยีที่เหมาะสมที่สุดไม่มีความต่อเนื่อง สำหรับรูปร่างโทโปโลยีที่เหมาะสมที่สุดทั้ง 3 กรณี เมื่อพิจารณาความต่อเนื่องของโครงสร้างและค่าฟังก์ชันเป้าหมายต่ำสุด จะเห็นได้ว่า วิธี SA มีรูปร่างที่สอดคล้องกับโครงสร้างที่ได้จากการวิเคราะห์โดยวิธี optimality criteria ดังแสดงการเปรียบเทียบระหว่างรูปที่ 11 และ รูปที่ 10 ง) ถึงแม้ว่า วิธี SA จะใช้เวลาในการหาค่าตอบนานกว่าแต่ก็มีข้อได้เปรียบคือง่ายในการใช้งาน เสถียรกว่า และ ใช้ได้กับทุกชนิดของฟังก์ชันเป้าหมาย

จากการทดสอบเชิงตัวเลขครั้งนี้แสดงให้เห็นว่า วิธีวิวัฒนาการที่เหมาะสมแก่การนำมาใช้กับการหาโทโปโลยีเหมาะสมที่สุดของโครงสร้างและควรเป็นวิธีวิวัฒนาการที่ใช้หลักการสร้างประชากรจากสมาชิกที่ดีที่สุดในแต่ละรุ่น มากกว่าการดำเนินการแบบ Crossover อย่างใน วิธี GA ขบวนการดำเนินการเปลี่ยนแปลงที่ละนิด (mutation) ของโครโมโซมที่

ดีที่สุด ซึ่งเป็นหลักการทำงานของ วิธี SA และ วิธี Stud-GA นำไปสู่ผล  
เฉลยที่ดีกว่า วิธี GA และวิธีที่มีหลักการอยู่ที่กลางระหว่าง วิธี SA กับ  
วิธี GA อย่าง วิธี PBIL ก็ยังให้คำตอบที่ดีกว่า วิธี GA นอกจากนี้  
หลักการการเปลี่ยนแปลงผลเฉลยที่ละนิดเพื่อนำไปสู่ผลเฉลยที่ดีกว่าได้  
มีการประยุกต์ใช้อย่างประสบความสำเร็จมาก่อนแล้วดังเช่นวิธี  
structural evolutionary optimisation ใน [23] และ [24]

อย่างไรก็ตามการทดลองเชิงตัวเลขครั้งนี้ยังไม่สรุปได้อย่างชัดเจน  
ว่า วิธี SA มีประสิทธิภาพดีกว่า วิธี GA วิธี Stud-GA และ วิธี PBIL  
ในการหาโทโปโลยีเหมาะสมที่สุดเนื่องจากค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ที่ใช้  
เช่น จำนวนครั้งในการวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเมนต์ จำนวนรุ่น  
(Generation) และค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ถูกกำหนดเอาไว้อย่างชัดเจน  
เพื่อเป็นการวัดประสิทธิภาพอัลกอริทึมแบบวิวัฒนาการเหล่านี้ในกรณี  
ที่แตกต่างจากวิธีที่นำเสนอ ควรจะมีการทดสอบเปรียบเทียบโดย  
ประยุกต์ใช้กับกรณีออกแบ่อื่นๆ และปรับค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสม  
ต่อไป

## 7. เอกสารอ้างอิง

- [1]. P. Papalambros & D. J. "Wilde, Principle of Optimum Design", Cambridge University Press, 2000.
- [2]. S. Bureerat, "Lecture Notes on Mechanical System Optimisation", Khon Kean University, Thailand, 2002.
- [3]. Zienkiewicz O.C. & Cheung Y.K., "The Finite Element Method in Structural and Continuum Mechanics", McGraw-Hill, London, 1967.
- [4]. Bäck T., "Evolutionary Algorithms in Theory and Practice", Oxford University Press, Oxford, 1996.
- [5]. Lindfield, G. and Penny, J., "Numerical Methods Using MATLAB, Ellis Horwood", 1995.
- [6]. Kirkpatrick S., Gelatt Jr. C.D. and Vecchi M.P., "Optimization by Simulated Annealing", Science, Vol. 220, No. 4598, pp. 671-680, 1983.
- [7]. Benage W.A. and Dhingra A.K., "Single and Multiobjective Structural Optimization in Discrete-continuous Variables Using Simulated Annealing", International Journal of Numerical Methods in Engineering, Vol. 38, pp. 2753-2773, 1994.
- [8]. Khatib W. and Fleming P., "The Stud GA: A Mini-Revolution", 5<sup>th</sup> International Conference on Parallel Problem Solving From Nature, 1998.
- [9]. C.Fyfe, "Structured Population-Based Incremental Learning", Springer-Verlag, 1999.
- [10]. M.P. Bendsøe & O. Sigmund, "Topology Optimization Theory, Method and Applications", Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2003.
- [11]. G. I. N. Rozvany, "Topology Optimization in Structural Mechanics", Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2001.
- [12]. O.Simund, "A 99 Line Topology Optimization Code Written in MATLAB", Struct. Opt., Springer-Verlag 2001.
- [13]. Topology Optimization, [www.topopt.dtu.dk](http://www.topopt.dtu.dk)
- [14]. OPTISHAPE Lecture Note, University of Michigan, US.
- [15]. Mark J. Jakiela, Colin Chapman, James Duda & Adenike Adewuya, "Continuum Structural Topology Design with Genetic Algorithm", Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 186(2000), pp. 339-356.
- [16]. Roman Gatzki, Marion Uebersax & Oliver Konig, "Structural Optimization Tool Using Genetic Algorithm and Ansys", CAD-FEM User' Meeting, Schweiz, 2000.
- [17]. Chapman, C.D., Saitou, K., Jakiela, M.J., "Genetic Algorithm as an Approach to Configuration and Topology Design", ASME Journal of Mechanical Design.
- [18]. Couro Kane and Marc Schoenauer, "Topology Optimum Design using Genetic Algorithms", Published in Control and Cybernetics, Vol. 25 No. 5, 1996.
- [19]. Ting-Yu Chen, Jyh-Jye Su, "Efficiency improvement of simulated annealing in optimal structural design", Advances in Engineering Software 33(2002)675-680.
- [20]. C.P. Pantelides, S.-R. Tzan, "Modified iterated simulated annealing algorithm for structural synthesis", Advances in Engineering Software 31(2000)391-400.
- [21]. Shumeet Baluja, "Population-Based Incremental Learning: A Method for Integrating Genetic Search Based Function Optimization and Competitive Learning", CMU-CS-94-163(1994)
- [22]. Bureerat S. and Cooper J.E., "Evolutionary Methods for the Optimisation of Engineering Systems", IEE Colloquium Optimisation in Control: Methods and Applications, IEE, London, UK, pp. 1/1-1/10, 1998.
- [23]. Q. Li, G. P. Steven, O. M. Querin & Y. M. Xie, "Evolutionary Optimization for Conceptual Design in thermal Environment", 2<sup>nd</sup> ASMO UK/ISSMO, Swansea, 1999, pp. 249 – 256.
- [24]. J-S Liu, G. T. Parks & P. J. Clarkson, "Topology Optimization of both Truss and Continuum Structures Using a Unified Metamorphic Development Method", 2<sup>nd</sup> ASMO UK/ISSMO, Swansea, 1999, pp. 257-264.