

## การออกแบบตัวควบคุมสำหรับระบบเครนโดยใช้อสมการเมตริกซ์เชิงเส้นเป็นฐาน Linear Matrix Inequalities Based Controller Design for Crane System

พัชรนันท์ ศรีธนาอุทัยกร สุธชาย บุญโต เอกไชยสวัสดิ์  
ภาควิชาวิศวกรรมระบบควบคุมและเครื่องมือวัด คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี  
91 ถนนประชาอุทิศ แขวงบางมด เขตทุ่งครุ กรุงเทพฯ 10140  
โทร 0-2470-9095 โทรสาร 0-2470-9092 E-mail: patcharanun\_s@yahoo.com, sudchai.boo@kmutt.ac.th

Patcharanun Sritana-uthaikorn Sudchai Boonto Ake Chaisawadi  
Instrumentation and Control System Engineering Department, Faculty of Engineering,  
King Mongkut's University of Technology Thonburi  
91 Pracha-uthit Rd, Bangmod, Thungkru, Bangkok 10140 Thailand  
Tel: 0-2470-9095 Fax: 0-2470-9092 E-mail: patcharanun\_s@yahoo.com, sudchai.boo@kmutt.ac.th

### บทคัดย่อ

บทความนี้นำเสนอวิธีการออกแบบระบบควบคุมป้อนกลับสถานะสำหรับระบบเครน วิธีการนี้แสดงให้เห็นการใช้เทคนิคการออกแบบตัวควบคุม  $H_2$  ภายใต้การกำหนดตำแหน่งโพล (Pole placement) โดยใช้อสมการเมตริกซ์เชิงเส้นเป็นฐาน การจำลองการทำงานของระบบแสดงให้เห็นวิธีการปรับแต่งพารามิเตอร์ ที่สามารถเลือกระหว่างเวลาการเข้าสู่สภาวะคงตัวกับสัญญาณควบคุมได้อย่างมีประสิทธิภาพ จากการศึกษาเปรียบเทียบผลตอบสนองของระบบที่ได้กับผลตอบสนองจากการควบคุมกำลังสองเชิงเส้น (Linear Quadratic Regulator: LQR) ให้ผลตอบสนองที่ดีกว่าทั้งเวลาการในการเคลื่อนที่ของเครนและมุมการแกว่งของภาระ

### Abstract

In this paper, state feedback design and tuning of crane system is considered. The approach is based on Linear Matrix Inequalities (LMIs) technique for  $H_2$  design under pole region constraints. System modeling illustrated how the design parameter can be tuned and effectively selected between settling time and control signal. The simulation results are compared with that of well-known Linear Quadratic Regulator (LQR) method. The state feedback design has given better response in time and sway angle than LQR.

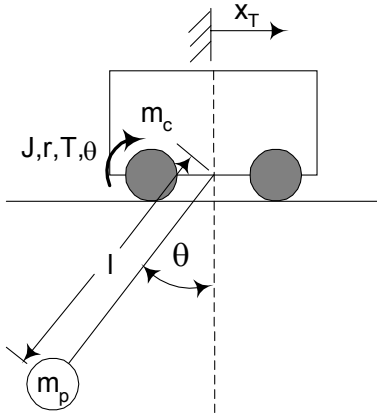
### 1. บทนำ

เครนเป็นอุปกรณ์ที่ใช้ขนถ่ายภาระหนักที่ใช้กันอย่างกว้างขวางทั้งในงานอุตสาหกรรมและงานก่อสร้าง เพื่อเคลื่อนย้ายภาระไปยังที่ต้องการซึ่งต้องการความรวดเร็วและถูกต้อง หากเราขับเคลื่อนเครนด้วย

ความเร็วที่ไม่เหมาะสมก็จะทำให้ภาระที่ห้อยอยู่เกิดการแกว่งไปมา จะก่อให้เกิดความเสียหายกับภาระและสิ่งที่อยู่รอบข้างได้ จึงจำเป็นต้องใช้ผู้เชี่ยวชาญในการบังคับการเคลื่อนที่ของเครน แต่ถ้าไม่มีผู้เชี่ยวชาญก็จะทำให้เกิดปัญหาขึ้นได้ ทำให้มีการศึกษาเพื่อพัฒนาตัวควบคุมแบบอัตโนมัติสำหรับเครนหลายวิธีเช่น [1], [3], [4] และ [5] ซึ่งใช้วิธีการแตกต่างกันไปแต่ก็มีจุดหมายเดียวกันคือ เพื่อให้สามารถควบคุมเครนให้เคลื่อนภาระไปยังจุดหมายได้อย่างรวดเร็วและตรงกับตำแหน่งที่ต้องการและเกิดการแกว่งของภาระน้อยที่สุดโดยไม่จำเป็นต้องใช้ผู้เชี่ยวชาญในการควบคุมการเคลื่อนที่ของเครน ในการออกแบบการควบคุมนั้นเราทำการออกแบบสัญญาณควบคุมเพื่อบังคับการทำงานของมอเตอร์ของเครนให้เครนเคลื่อนไปยังตำแหน่งที่กำหนดอย่างรวดเร็วและมุมการแกว่งของภาระน้อยที่สุด

บทความนี้นำเสนอวิธีการออกแบบตัวควบคุม ให้กับระบบการเคลื่อนที่ของเครน โดยใช้วิธีการพิจารณา  $H_2$  norm ภายใต้ข้อบังคับการกำหนดตำแหน่งโพลของระบบวงปิด แล้วจัดรูปแบบของวิธีการดังกล่าวในรูปของอสมการเมตริกซ์เชิงเส้น (Linear matrix inequalities :LMIs) เพื่อหาตัวควบคุมที่เหมาะสมที่สุด ซึ่งจะแสดงผลการจำลองด้วยระบบคอมพิวเตอร์ เพื่อให้เห็นว่าตัวควบคุมป้อนกลับสถานะที่ได้สามารถทำให้ผลของการออกแบบเป็นไปตามที่ต้องการและเปรียบเทียบผลการจำลองกับวิธีการควบคุมกำลังสองเชิงเส้น

ลำดับการนำเสนอบทความนี้เริ่มจาก ส่วนที่ 2 กล่าวถึงแบบจำลองของเครนและปัญหาการควบคุม ส่วนที่ 3 นำเสนอวิธีการควบคุมและการออกแบบในรูปของอสมการเมตริกซ์เชิงเส้น ส่วนที่ 4 แสดงผลการจำลองและเปรียบเทียบผลการควบคุมจากการออกแบบกับการควบคุมกำลังสองเชิงเส้น และท้ายสุดเป็นการวิเคราะห์และสรุปผลการออกแบบตัวควบคุม



รูปที่ 1 ระบบการเคลื่อนที่ของเครน

## 2. แบบจำลองของเครน

การสร้างแบบจำลองทางพลศาสตร์เป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการศึกษาระบบควบคุม เพื่อศึกษาลักษณะเฉพาะของระบบได้อย่างถูกต้องหรือใกล้เคียงกับความเป็นจริง ลักษณะการทำงานของเครนสามารถแบ่งได้หลายส่วนด้วยกัน ในบทความนี้พิจารณาในส่วนของเครนยกภาชนะขึ้นมาแล้วและเคลื่อนที่ไปยังจุดจุดหมาย การสร้างแบบจำลองทางพลศาสตร์ของระบบในรูปที่ 1 โดยใช้วิธีลากรองจ์ (Lagrange) จะได้ [1],

$$\left( \frac{J + (m_c + m_p)r^2}{r} \right) \ddot{x}_T - m_c l r \dot{\theta}^2 \sin \theta + m_c l r \ddot{\theta} \cos \theta = T \quad (1)$$

$$m_c l (\ddot{\theta} + \ddot{x}_T \cos \theta + g \sin \theta) = 0 \quad (2)$$

เมื่อ  $x_T$  คือ ระยะทางที่เครนเคลื่อนที่ (m),  $J$  คือ โมเมนต์ความเฉื่อยของชุดมอเตอร์ลาก ( $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ ),  $m_c$  คือ มวลของเครน (kg),  $m_p$  คือ มวลของภาชนะ (kg),  $r$  คือ รัศมีของมอเตอร์ลาก (m),  $\theta$  คือ มุมการแกว่งของภาชนะ (rad),  $l$  คือ ความยาวเชือกของเครน (m) และ  $T$  คือ แรงบิดของมอเตอร์ลาก (Nm)

ระบบสมการที่ (1) และ (2) เป็นแบบไม่เป็นเชิงเส้นซึ่งสามารถทำให้เป็นเชิงเส้นโดยใช้วิธีจาโคเบียน (Jacobian method) ณ จุดทำงาน  $(x^*, u^*) = (0, 0)$  กำหนดให้  $x_1 = x_T$ ,  $x_2 = \dot{x}_T$  (ความเร็วของเครน),  $x_3 = \theta$ , และ  $x_4 = \dot{\theta}$  (ความเร็วเชิงมุมของภาชนะ) แล้วจัดรูปสมการเป็น

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad (3)$$

$$y = Cx + Du \quad (4)$$

เมื่อ  $x$  คือตัวแปรสถานะของระบบ,  $u$  เป็นสัญญาณควบคุม และ  $y$  คือสัญญาณเอาต์พุต โดยพารามิเตอร์ของเครน คือ  $r = 0.0144$  m.,  $J = 3.75$   $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ ,  $m_c = 6000$  kg,  $m_p = 42500$  kg,  $g = 9.81$   $\text{m/s}^2$ ,  $l = 15$  m. ได้เมตริกซ์  $A$ ,  $B$ ,  $C$  และ  $D$  ดังสมการที่ 5

ตำแหน่งโพลของระบบวงเปิดนี้มี 4 ตำแหน่งซึ่งอยู่บนแกนจินตภาพทั้งหมด เป็นเสถียรภาพวิกฤตทำให้ระบบวงเปิดมีผลตอบสนองที่มีการแกว่งสูงจึงต้องออกแบบตัวควบคุม เพื่อให้ระบบทำงานได้อย่างมี

เสถียรภาพโดยที่มีการแกว่งน้อยลงหรือไม่มีเลย

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 17.3109 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1.8081 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.0029 \\ 0 \\ -0.0002 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$C = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0], D = 0$$

## 3. การออกแบบการควบคุม

ปัญหาการควบคุมการทำงานของระบบเครนเป็นปัญหาแบบการติดตามค่าอ้างอิง (Tracking problem) เพื่อให้ผลตอบสนองเข้าสู่ค่าอ้างอิงที่ตั้งไว้โดยมีค่าผิดพลาดและมีการแกว่งน้อยที่สุด ในงานวิจัยนี้เลือกใช้การป้อนกลับสถานะ (State feedback) ร่วมกับตัวควบคุมปริพันธ์ (Integrator) และ  $\dot{\zeta} = r - y$  เมื่อ  $r$  เป็นสัญญาณอ้างอิงและ  $y$  คือเอาต์พุตของระบบทำให้สมการที่ 3 เปลี่ยนไปเป็น

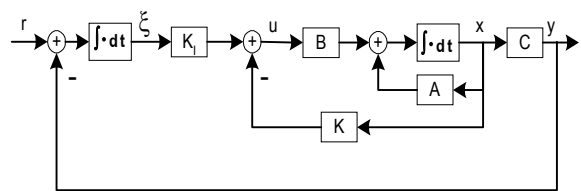
$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\zeta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \zeta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r \quad (6)$$

โดยที่สัญญาณควบคุม  $u(t)$  คือ

$$u = -Kx + K_I \zeta \quad (7)$$

หรือ 
$$u = -[K \quad -K_I] \begin{bmatrix} x \\ \zeta \end{bmatrix}$$

เมื่อ  $\zeta$  คือเอาต์พุตของเครื่องหาปริพันธ์,  $K$  คือเวกเตอร์อัตราขยายป้อนกลับสถานะ (State feedback gain vector) และ  $K_I$  คืออัตราขยายของเครื่องหาปริพันธ์ ซึ่งเราสามารถพิจารณาอัตราขยายดังกล่าวได้จากระบบสมการที่ (6) และ (7) ตามบล็อกไดอะแกรมในรูปที่ 2

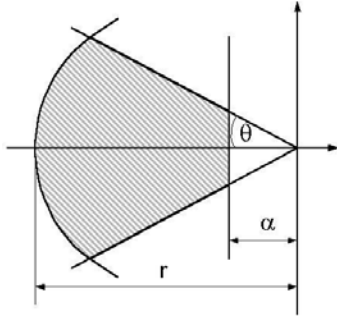


รูปที่ 2 บล็อกไดอะแกรมของการควบคุมแบบป้อนกลับ

### 3.1 การวางตำแหน่งโพล (Pole-placement)

ถ้าระบบสามารถควบคุมได้แล้ว เราสามารถทำการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งโพลของระบบวงปิดเพื่อให้ผลตอบสนองเป็นไปตามข้อกำหนดได้ ขอบเขตของการวางตำแหน่งโพลของระบบวงปิด อาจเป็นขอบเขต  $D$  ที่อยู่ในระนาบเชิงซ้อนดังรูปที่ 3 ซึ่งเขียนในรูปเมตริกซ์  $L = L^T$  และเมตริกซ์  $M$  ที่เป็นเซตของจำนวนเชิงซ้อนที่สอดคล้องกับข้อบังคับสมการเมตริกซ์เชิงเส้นได้ดังนี้ [8],

$$D = \{s \in C : L + Ms + M^T \bar{s} < 0\} \quad (8)$$



รูปที่ 3 ขอบเขตบังคับการวางโพล

เมื่อ  $\bar{s}$  หมายถึง สัญขุเชิงซ้อนของ  $s$  เราเรียกขอบเขตนี้ว่าขอบเขตของสมการเมตริกซ์เชิงเส้น

ในรูปที่ 3 จะเห็นขอบเขตบังคับที่เกิดจากเส้น 3 เส้นคือ เส้นตรงรูปกรวยที่ทำมุมเปิด  $\theta$  กับแกนนอน เส้นตรงที่ห่างจากแนวตั้งเป็นระยะ  $\alpha$  และส่วนของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่  $(0,0)$  รัศมี  $r$  ซึ่งเราสามารถจัดขอบเขตบังคับที่เกิดจากเส้นต่างๆ ให้อยู่ในรูปของสมการเมตริกซ์เชิงเส้นได้ดังสมการที่ (9) - (11) ตามลำดับ

$$\begin{bmatrix} (A_{cl}P + PA_{cl}^T)\sin\theta & (A_{cl}P - PA_{cl}^T)\cos\theta \\ -(A_{cl}P - PA_{cl}^T)\cos\theta & (A_{cl}P + PA_{cl}^T)\sin\theta \end{bmatrix} < 0 \quad (9)$$

$$A_{cl}P + PA_{cl}^T + 2\alpha P < 0 \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} -rP & A_{cl}P \\ PA_{cl}^T & -rP \end{bmatrix} < 0 \quad (11)$$

โดยที่  $A_{cl}$  ซึ่งเป็นเมตริกซ์ระบบของระบบวงปิด

### 3.2 การควบคุมแบบ $H_2$

การควบคุมแบบ  $H_2$  พิจารณาเพื่อหาตัวควบคุมที่มีสัดส่วนค่าจริงและเหมาะสมที่ทำให้ระบบมีเสถียรภาพและลด  $H_2$  norm ของฟังก์ชันถ่ายโอนให้เล็กที่สุด โดยให้  $G(s)$  เป็นฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบ  $\|G(s)\|_2$  ของ  $G(s)$  สามารถพิจารณาได้จาก

$$\|G(s)\|_2^2 = \text{trace}(CPC^T) < U^2 \quad (12)$$

$\|G(s)\|_2$  ของระบบจะน้อยกว่า  $U$  ก็ต่อเมื่อมีเมตริกซ์  $P = P^T > 0$  ที่สอดคล้องกับสมการริคคาตีที่ (13)

$$AP + PA^T - B^T P R^{-1} P B + Q \geq 0 \quad (13)$$

โดยที่

$$\begin{bmatrix} Q & I \\ I & R \end{bmatrix} \geq 0 \quad (14)$$

กำหนดเมตริกซ์ช่วย  $W$  โดยให้

$$W > CPC^T \quad (15)$$

ส่วนเติมเต็ม Schur (Schur complement) นำมาใช้เพื่อจัดอสมการที่ (15) ให้อยู่ในรูปอสมการเมตริกซ์เชิงเส้น

$$\begin{bmatrix} W & CP \\ PC^T & P \end{bmatrix} > 0 \quad (16)$$

จากอสมการที่ (12) และ (15) จะได้ความสัมพันธ์

$$\text{trace}(W) < U^2 \quad (17)$$

หลังจากพิจารณาระบบเป็นระบบวงปิดเราสามารถแทนที่เมตริกซ์  $A$  และ  $C$  เดิมด้วยเมตริกซ์  $A_{cl} = A - BK$  และ  $C_{cl} = C - DK$  ตามลำดับลงในอสมการที่ (13) และ (16) ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} Q + AP + PA^T - BY - Y^T B^T & PB \\ B^T P & R \end{bmatrix} \geq 0 \quad (18)$$

$$\begin{bmatrix} W & CP - DY \\ PC^T - Y^T D^T & P \end{bmatrix} > 0 \quad (19)$$

เมื่อกำหนดให้  $Y = KP$

ในการหาตัวควบคุมจะใช้สมการที่ (9) ถึง (11) และอสมการที่ (17) ถึง (19) โดยที่มีตัวแปรที่ต้องการทราบคือ  $P$ ,  $Y$  และ  $W$  ซึ่งการหาค่าของเมตริกซ์เหล่านี้ทำได้โดยใช้ LMI Toolbox [9] เมื่อหาค่าตัวแปรเหล่านี้ได้แล้วสามารถหาตัวควบคุมได้จาก

$$K = YP^{-1} \quad (20)$$

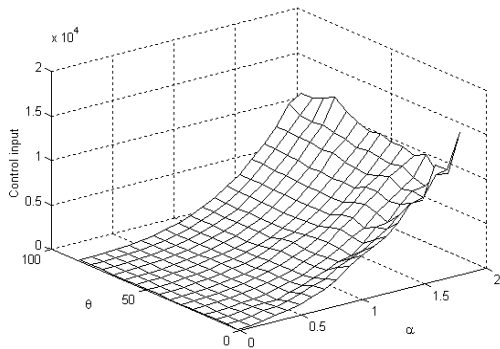
ซึ่งเป็นตัวควบคุมที่เกิดจากการพิจารณาเงื่อนไขของการวางตำแหน่งโพลและ  $\|G(s)\|_2$  ที่น้อยที่สุด ตัวควบคุมในสมการที่ (20) เป็นค่าของอัตราขยายป้อนกลับสถานะ และอัตราขยายของเครื่องหาปริพันธ์ตามสมการที่ (7) ที่เรานำมาป้อนกลับตามบล็อกไดอะแกรมในรูปที่ 2

### 4. ผลของการควบคุมแบบ $H_2$ ร่วมกับการกำหนดตำแหน่งโพล

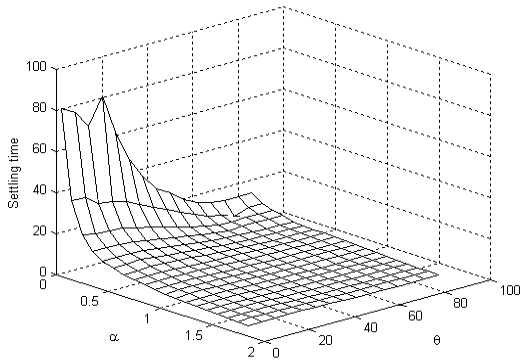
ในการควบคุมแบบ  $H_2$  ร่วมกับการกำหนดตำแหน่งโพลที่กล่าวในส่วนที่ 3 นั้นมีพารามิเตอร์ที่ต้องคำนึงถึงก่อนในการออกแบบคือเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนัก  $Q$  และ  $R$ , ขอบเขตของการวางโพลที่พิจารณาจากมุม  $\theta$  ที่ทำกับแกนนอน, ระยะ  $\alpha$  ที่ห่างจากแกนจินตภาพ และรัศมีของวงกลม  $r$  เพื่อนำมากำหนดเวลาการเข้าสู่สภาวะคงตัวของผลตอบสนอง แนวทางหนึ่งในการกำหนดค่าพารามิเตอร์ต่างๆ นี้คือการทดลองโดยการปรับพารามิเตอร์ แล้วพิจารณาค่าเวลาการเข้าสู่สภาวะคงตัวและขนาดของสัญญาณควบคุมมากที่สุด ซึ่งเป็นลักษณะเฉพาะที่เราสนใจ

อย่างไรก็ดี พารามิเตอร์  $R$ ,  $Q$  และรัศมี  $r$  มีผลต่อการเปลี่ยนแปลงของลักษณะเฉพาะดังกล่าวน้อยมาก จึงกำหนดให้  $R = 1$ ,  $Q$  เท่ากับเมตริกซ์เอกลักษณ์และรัศมี  $r = 50$  เมื่อทำการปรับค่ามุม  $\theta$  และระยะ  $\alpha$  จะได้กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรทั้งสองกับขนาดของสัญญาณควบคุม  $u(t)$ , ระยะเวลาการเข้าสู่สภาวะคงตัวและเปอร์เซ็นต์ของค่าพุ่งเกิน (Overshoot) ดังแสดงในรูปที่ 4 ถึง 6 จะเห็นได้ว่ามุม  $\theta$

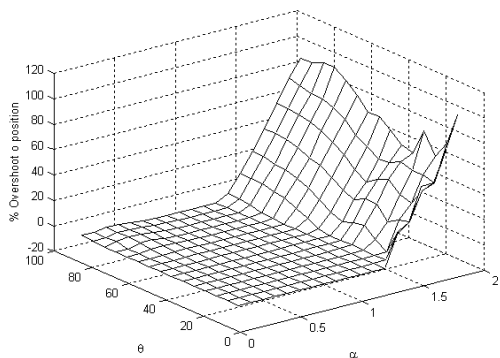
มีผลต่อลักษณะเฉพาะที่สนใจน้อย แต่ระยะ  $\alpha$  ที่ค่าน้อยกว่า 0.5 จะทำให้ค่าสัญญาณควบคุมไม่สูงมากและค่าพุ่งเกินไม่เกิน 1% แต่จะให้ระยะเวลาการเข้าสู่สภาวะคงตัวนานขึ้น ดังนั้นเพื่อให้พารามิเตอร์ในการปรับแต่งตัวควบคุมลดลงเหลือเพียงตัวเดียว จึงกำหนดให้  $\theta$  คงที่ที่  $50^\circ$  และพิจารณาเฉพาะความสัมพันธ์ระหว่าง ระยะเวลาเข้าสู่สภาวะคงตัว และสัญญาณควบคุมสูงสุดกับระยะ  $\alpha$  ดังแสดงในรูปที่ 7 และ 8 ระยะ  $\alpha$  ที่ให้ผลการตอบสนองที่ดีที่สุด ในที่นี้คือ  $\alpha = 0.10$  ซึ่งจะได้เวกเตอร์อัตราขยายป้อนกลับสถานะ และอัตราขยายของเครื่องหาปริพันธ์ดังนี้



รูปที่ 4 ความสัมพันธ์ของระยะ  $\alpha$  กับมุม  $\theta$  ที่มีต่อสัญญาณควบคุม



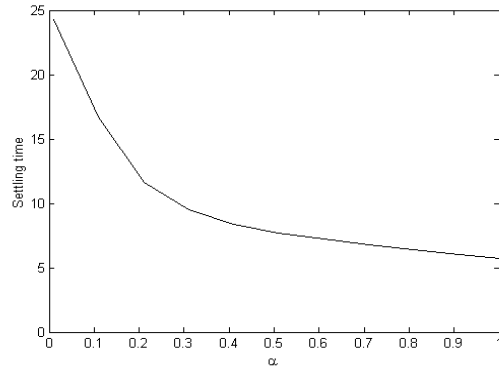
รูปที่ 5 ความสัมพันธ์ของระยะ  $\alpha$  กับมุม  $\theta$  ที่มีต่อเวลาการเข้าสู่สภาวะคงตัว



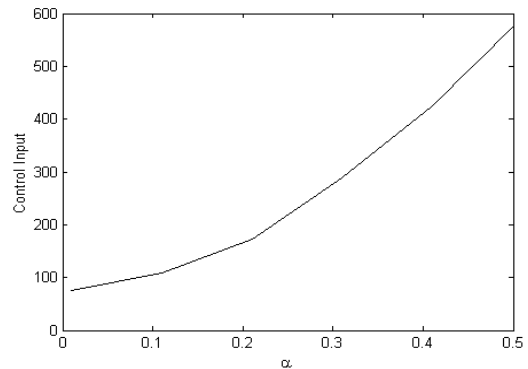
รูปที่ 6 ความสัมพันธ์ของระยะ  $\alpha$  กับมุม  $\theta$  ที่มีต่อเปอร์เซ็นต์การพุ่งเกิน

$K = [42933 \quad 81584 \quad -99630 \quad 922776]$ ,  $K_i = 6515$   
และ  $\|G(s)\|_2$  มีค่าเท่ากับ 0.2763

ผลตอบสนองแบบขั้นของระบบวงปิดแสดงดังรูปที่ 9 จะเห็นว่า เครื่องเข้าสู่สภาวะคงตัวที่เวลา 17.7 วินาที (พิจารณาที่ 2% ของค่าอ้างอิง) และมุมการแกว่งของภาระจะมีการแกว่งในตอนเริ่มต้นเท่านั้นและหยุดแกว่งที่เวลา 19.3 วินาที ส่วนในรูปที่ 10 และ 11 แสดงผลการเปรียบเทียบผลตอบสนองแบบขั้นของตำแหน่งเครื่อง และมุมการแกว่งของภาระของวิธีที่นำเสนอเทียบกับ วิธีการควบคุมกำลังสองเชิงเส้นจะเห็นว่าผลตอบสนองแบบขั้นของตำแหน่งเครื่องที่ควบคุมด้วยวิธีนี้ ผู้เข้าสู่สภาวะคงตัวได้เร็วกว่า วิธีการควบคุมกำลังสองเชิงเส้นและไม่มีค่าพุ่งเกินในส่วนของเครื่องเคลื่อนที่ของเครื่อง ทำให้เครื่องไม่เคลื่อนที่เกินตำแหน่งที่กำหนดจึงสามารถให้เครื่องเคลื่อนที่ได้จนสุดปลายรางของเครื่อง ผลของวิธีการควบคุมกำลังสองเชิงเส้นผู้เข้าสู่สภาวะคงตัวที่เวลา 22.6 วินาที มุมการแกว่งของภาระยังคงมีการแกว่งกลับไปกลับมาและผู้เข้าสู่สภาวะคงตัวช้ากว่าวิธีที่นำเสนอ ส่วนขนาดของสัญญาณควบคุม



รูปที่ 7 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $\alpha$  กับเวลาการเข้าสู่สภาวะคงตัว



รูปที่ 8 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $\alpha$  กับสัญญาณควบคุม

ตารางที่ 1 การเปรียบเทียบค่าลักษณะเฉพาะ

Method	% Overshoot (Position)	Settling time (Position)	Control input ( $u_{max}$ )
LMI $H_2$	0.000	17.7	103.822
LQR	9.072	22.6	31.047

ใกล้เคียงกัน และตารางที่ 1 ได้สรุปค่าของลักษณะเฉพาะที่สนใจของทั้งสองวิธีซึ่งในที่นี้ในส่วนของการควบคุมกำลังสองเชิงเส้นใช้เมตริกซ์  $R = 0.001$  เพื่อให้ผลการเข้าสู่สภาวะคงตัวใกล้เคียงกันในการเปรียบเทียบด้วยวิธีที่นำเสนอ เวกเตอร์อัตราขยายป้อนกลับสถานะและอัตราขยายของเครื่องหาปริพันธ์ของวิธีการควบคุมกำลังสองเชิงเส้นคือ

$$K = [198 \quad 606 \quad 1654 \quad 5262], \quad K_i = 32$$

และ  $\|G(s)\|_2$  มีค่าเท่ากับ 0.3214

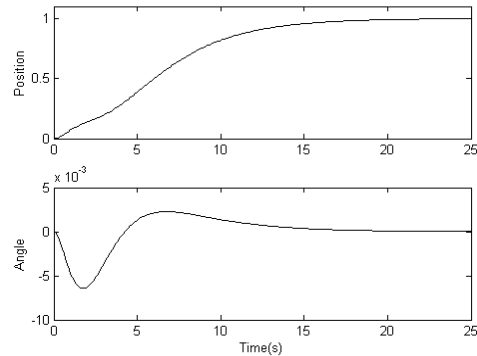
## 5. สรุป

เราสามารถใช้อุปกรณ์การควบคุมแบบอสมการเมตริกซ์เชิงเส้นที่มีข้อบังคับร่วมกันระหว่าง  $H_2$  norm และการวางตำแหน่งโพลมาควบคุมการเคลื่อนที่ของเครนให้มีคุณลักษณะเป็นไปตามที่ต้องการได้ โดยสามารถลดการแกว่งของภาระและค่าพุ่งเกินของการเคลื่อนที่ของเครนลงได้ ซึ่งให้ผลตอบแทนที่ดีกว่าวิธีการควบคุมกำลังสองเชิงเส้นในแง่ของค่าเวลาการเข้าที่และค่าพุ่งเกิน นอกจากนี้วิธีที่นำเสนอยังสามารถปรับแต่งในเรื่องของการปรับแต่ง เนื่องจากใช้พารามิเตอร์ในการปรับแต่งเพียงตัวเดียวคือ  $\alpha$  ทั้งนี้ผู้ปรับแต่งสามารถเลือกการปรับแต่งได้ระหว่างความเร็วที่เพิ่มขึ้นกับขนาดของสัญญาณอินพุทที่ป้อนให้กับระบบโดยพิจารณาจากกราฟในรูปที่ 7 และ 8

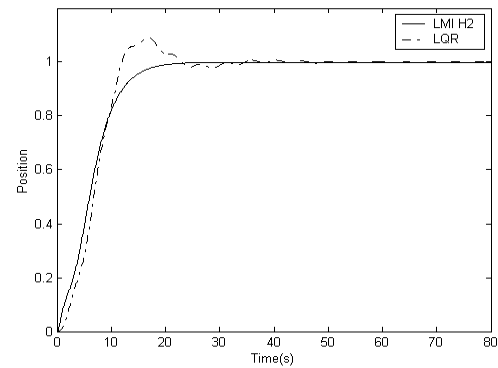
## เอกสารอ้างอิง

- [1] สุมิตร อ้นเตง “การเคลื่อนที่ต้านการแกว่งของเครนด้วยเชือกยึดหยุน” วิทยานิพนธ์, สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง, 2544.
- [2] Ali Saberi, Peddapullaiah Sannuti, and Ben M. Chen, *H<sub>2</sub> Optimal Control*, Prentice Hall, London, 1995.
- [3] A. Marttinen, J. Virkkunen, and R. T. Salminen, "Control Study with a Pilot Crane" IEEE trans. Educ., vol:33, no.:3, 1990, pp. 298-305.
- [4] B. Park, K. Hong, and C. Huh, "Time-Efficient Input Shaping control of container Crane Systems", Proc. of IEEE on Control Applications, 2000, pp. 80-85
- [5] H. Lee and S. Choi, "A Model-Based Anti-Swing Control of Overhead Cranes with High Hoisting Speeds" Proc. of IEEE on Robotics & Automation, 2001, pp. 2547-2552.
- [6] Katsuhiko Ogata, *Designing Linear Control System with MATLAB*, Prentice Hall, 1994.
- [7] Katsuhiko Ogata, *Modern Control Engineering*, 2nd, Prentice Hall, 1990.
- [8] M. Chilali, P. Gahinet and P. Apkarian, "Robust Pole Placement in LMI Regions", IEEE Trans. Automatic Control, vol. 44, n. 12, 1999, pp. 2257 -2270.
- [9] P. Gahinet, A. Nemirovski, A.J. Laub, and M. Chilali, *LMI Control Toolbox*, MA: The MathWork, Natick, 1995.

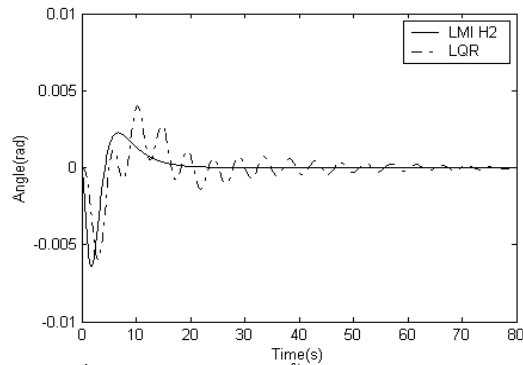
[10] S.P Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron, and V. Balakrishnan, *Linear Matrix Inequality in Systems and Control Theory*, SIAM, Philadelphia, 1994.



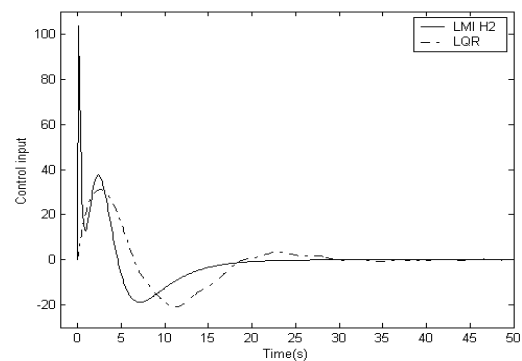
รูปที่ 9 ผลตอบสนองแบบขั้นของตำแหน่งเครน (บน) และมุมการแกว่งของภาระ (ล่าง) ที่ควบคุมด้วยวิธี LMI  $H_2$



รูปที่ 10 ผลตอบสนองแบบขั้นของตำแหน่งเครนที่ควบคุม



รูปที่ 11 ผลตอบสนองแบบขั้นของมุมการแกว่งของภาระ



รูปที่ 12 ขนาดของสัญญาณควบคุม