

## การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของรองเพลาจอร์นัลแบบอุทกสถิตยชนิด 2 ช่องความดัน สำหรับวิเคราะห์การสั่นสะเทือน

### Mathematical Modelling of a Two-Pocket Hydrostatic Journal Bearing for Vibration Analysis

ธนา ราษฎร์ภักดี<sup>1</sup> ปิโยรส จิระวัฒนา<sup>2</sup>

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

อำเภอเมือง จังหวัดขอนแก่น 40002

โทร +66 - 43 - 244296 ต่อ 147 โทรสาร +66 - 43 - 245878 E-mail: tthanar@hotmail.com<sup>1</sup>, piyoro@kku.ac.th<sup>2</sup>

Thana Radpukdee Piyoros Jirawattana

Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Khon Kaen University

Ampher Muang, Khon Kaen 40002 Thailand

Tel: +66 - 43 - 244296 Ext. 147 Fax: + 66 - 43 - 245878 E-mail: tthanar@hotmail.com<sup>1</sup>, piyoro@kku.ac.th<sup>2</sup>

#### บทคัดย่อ

การวิจัยนี้เป็นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของรองเพลาจอร์นัลแบบอุทกสถิตยแบบ 2 ช่องความดันด้วยวิธีเชิงตัวเลข โดยใช้วิธีผลต่างสี่เหลี่ยมสำหรับแก้สมการเรโนลด์ และสมการความต่อเนื่อง เพื่อใช้ในการทำนายการกระจายความดันและอัตราการไหลในปัญหาที่ช่องความดันไม่สมมาตร สำหรับภาวะที่มีขนาดคงที่แต่ทิศทางการเปลี่ยนแปลง  $\pm 18^\circ$  รอบตำแหน่งกึ่งกลางระหว่างช่องความดัน โดยใช้โปรแกรม Matlab ในการพัฒนาโปรแกรมเพื่อแก้ปัญหา โดยออกแบบรองเพลาจอร์นัลที่มีช่องความดันกว้าง  $30^\circ$  และวางห่างกัน  $30^\circ$  ในการพิจารณาการสั่นสะเทือน พบว่าหากความถี่การสั่นสูงมากๆ จะทำให้การเปลี่ยนแปลงของเพลามีค่าน้อยมากจนใกล้กับจุดศูนย์กลาง เพราะค่าเฉลี่ยสปริงภายในช่องความดันมีค่าเพิ่มขึ้น ซึ่งทำให้ค่าเฉลี่ยสปริงของโครงสร้างเปลี่ยนแปลงมากกว่าค่าเฉลี่ยสปริงที่เกิดจากชั้นฟิล์มน้ำมัน ในทางกลับกันสภาวะไม่เสถียรจะเกิดขึ้นเมื่อความถี่มีค่าน้อยทำให้เพลากว้างไปชนขอบของรองเพลาจอร์นัล ซึ่งอาจทำให้เกิดความเสียหายได้นอกจากนี้การพิจารณาที่สภาวะสถิตยังพบว่า หากอัตราส่วนความดันภายในช่องความดันมีค่าเพิ่มขึ้น จะทำให้อัตราการรั่วไหลและความสามารถในการรับภาระของรองเพลาส่งขึ้น

#### Abstract

This work is a mathematical modelling of a two - pocket hydrostatic journal bearing. The bearing has two pockets extending over  $30^\circ$  and the angle between the edges of the pockets being  $30^\circ$ . The pressure distribution and flow rate around the bearing have been obtained using finite difference method to

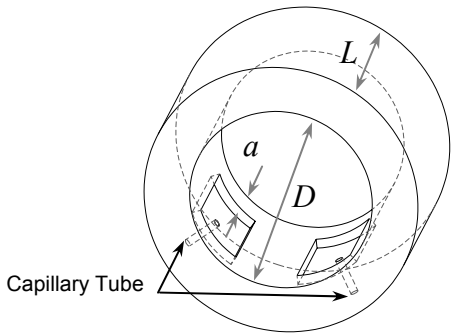
solve the Reynold's equation and continuity equation. These particular solutions were used to form an equation of motion of the bearing. Finally, Dynamic responses of a bearing carrying a load that constant in magnitude but varies in direction by  $\pm 18^\circ$  about a mean position were analyzed. It has been found that at high disturbance frequency the equivalent spring stiffness from the pocket dominates the equivalent spring stiffness due to the bearing structure. Therefore, the conditions result in small displacement. On the other hand, if the disturbance frequency is low instability could occur. This leads to metal - to - metal contact in the bearing. For the bearing performance at static loading, the load capacity and power consumption can be significantly improved by increasing the pressure ratio in the pockets.

#### 1. บทนำ

ชิ้นส่วนเครื่องจักรกลที่มีการเคลื่อนที่สัมผัสกัน จำเป็นต้องมีการหล่อลื่นเพื่อลดแรงเสียดทาน ลดการสึกหรอ และลดความร้อนที่เกิดขึ้น รองเพลาจอร์นัลเป็นอุปกรณ์หนึ่งที่ทำหน้าที่รองรับการเคลื่อนที่ โดยทั่วไปรองเพลาจอร์นัลสามารถแบ่งได้ 2 ชนิดคือ รองเพลาจอร์นัลแบบกึ่งสัมผัสหรือบางครั้งเรียกว่ารองเพลาจอร์นัลไร้แรงเสียดทาน รองเพลาจอร์นัลนี้ใช้งานได้สะดวก อายุการใช้งานทนทาน ไม่มีปัญหาเกี่ยวกับสิ่งเจือปน เหมาะกับงานที่มีการหยุดบ่อยๆ อย่างไรก็ตามรองเพลาจอร์นัลชนิดนี้มีส่วนประกอบจำนวนมาก ทำให้มีขนาดใหญ่ ขณะทำงานมีเสียงดัง การติดตั้งต้องใช้ความแม่นยำสูง และมักไม่นิยมใช้งานที่ความเร็วสูงมากๆ

เนื่องจากแรงหนีศูนย์กลางทำให้แรงเสียดทานเพิ่มขึ้น ร่องเพลาก็ชนิดคือร่องเพลแบบเลื่อนสัมผัส ซึ่งเหมาะกับการใช้งานที่ภาระของร่องเพลามีการเปลี่ยนแปลงตลอดเวลา ซึ่งมีการสั่นสะเทือน เช่น ในเครื่องยนต์สันดาปภายในนั้น การหน่วงที่เกิดจากการบีบอัดของน้ำมันจะทำหน้าที่ในการรองรับแรงกระแทก ทั้งนี้ร่องเพลแบบเลื่อนสัมผัสยังทำงานเรียบ มีขนาดเล็กกว่า และมีอายุไม่จำกัด นอกจากนี้สารหล่อลื่นภายในยังทำหน้าที่ในการช่วยลดการสึกหรอ และระบายความร้อนอีกด้วย[1] ร่องเพลแบบอุทกสถิต เป็นร่องเพลแบบเลื่อนสัมผัสชนิดหนึ่ง ซึ่งทำงานโดยอาศัยแหล่งความดันของสารหล่อลื่นภายนอกเพื่อแยกผิวสัมผัสออกจากกัน โดยใช้อุปกรณ์ควบคุมความดัน เช่น ออร์ฟิส หรือแคพพิลลารี ร่องเพลชนิดนี้เหมาะสำหรับเครื่องจักรที่ใช้ระบบไฮดรอลิกส์ในการทำงาน หากเปรียบเทียบกับร่องเพลแบบไฮโดรไดนามิกส์ ซึ่งทำงานโดยอาศัยความเร็วของเพลาในการเหนี่ยวนำน้ำมันเข้าสู่ช่องรูปลิ้ม เพื่อสร้างความดันในการรับภาระ ร่องเพลแบบอุทกสถิตจะมีข้อได้เปรียบคือ มีความเที่ยงตรง การสึกหรอต่ำ ทำงานได้ด้วยความเร็วต่ำ มีความสามารถรับภาระได้ที่มีความเร็วเป็นศูนย์ มีช่วงอุณหภูมิการทำงานกว้าง[2] และมีค่าใช้จ่ายน้อย ใช้แรงบิดในการเริ่มการทำงานต่ำ และไม่ต้องใช้ความแม่นยำในการติดตั้งสูงนัก

ร่องเพลานี้จะใช้กับปั๊มไฮดรอลิกส์ มอเตอร์ไฮดรอลิกส์ หรืออุปกรณ์อื่นๆ ที่ต้องรับภาระพลวัต ขนาดสูงที่ความเร็วต่ำ ดังนั้นการใช้ร่องเพลแบบลูกกลิ้ง นอกจากจะทำให้เกิดความเค้นสัมผัสที่สูงมากแล้ว ยังมีข้อจำกัดในเรื่องขนาดอีกด้วย ส่วนการใช้ร่องเพลแบบเลื่อนสัมผัสนั้นแรงเสียดทานจะเกิดจากการเฉือนชั้นฟิล์มของสารหล่อลื่นเท่านั้น การวิเคราะห์ร่องเพลเจอร์นัลแบบอุทกสถิตที่มีในปัจจุบันนั้น จะเป็นแบบที่มีช่องความดันสมมาตรรอบร่องเพลซึ่งอาจจะมี 4 หรือ 6 ช่องความดัน (แล้วแต่การออกแบบ) สามารถรับแรงได้รอบร่องเพลในแนวรัศมี แต่การใช้งานในปั๊มไฮดรอลิกส์ หรือมอเตอร์นั้นทิศทางของแรงจะเปลี่ยนแปลงอยู่เพียงด้านเดียว การมีช่องความดันรอบร่องเพลจึงเป็นการสิ้นเปลืองพลังงาน จึงได้มีการศึกษาร่องเพลแบบอุทกสถิตชนิด 2 ช่องความดัน เพื่อให้เหมาะสมกับการใช้งานมากขึ้น เมื่อช่องความดันไม่สมมาตรรอบร่องเพล ทำให้ตัวเพลามีแนวโน้มที่จะไม่เสถียร จึงจำเป็นต้องมีการวิเคราะห์ทางพลศาสตร์เพื่อศึกษาคูสมบัตินทางพลศาสตร์ต่างๆ เช่น ขอบเขตของการไม่เสถียร และผลตอบสนองทางพลศาสตร์ ลักษณะของร่องเพลแบบอุทกสถิตชนิด 2 ช่องความดันแสดงไว้ในรูปที่ 1



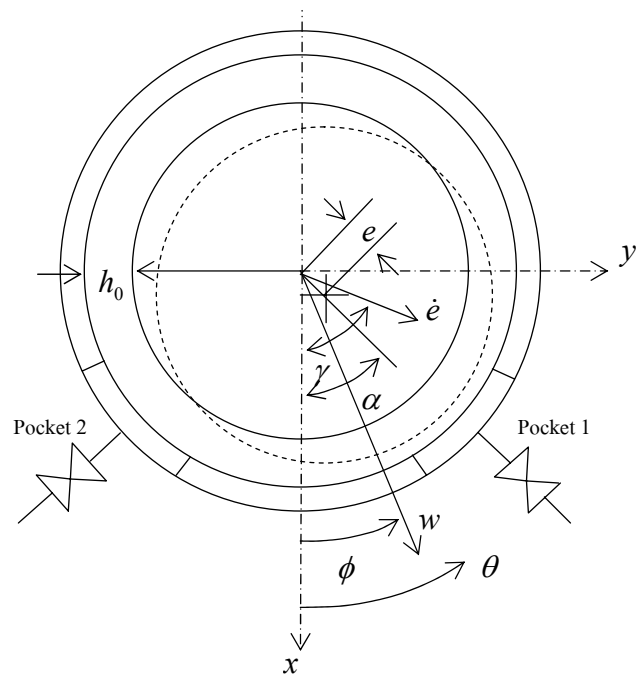
รูปที่ 1 ร่องเพลแบบอุทกสถิตชนิด 2 ช่องความดัน

## 2. สมมติฐานเบื้องต้นและลักษณะของร่องเพลแบบอุทกสถิตชนิด 2 ช่องความดัน

ร่องเพลแบบอุทกสถิตชนิด 2 ช่องความดันนี้ออกแบบสำหรับภาระขนาดสูงที่ความเร็วต่ำ ซึ่งภาระมีขนาดคงที่ แต่มีทิศทางเปลี่ยนแปลงไปมา  $\pm 18^\circ$  จากจุดกึ่งกลางระหว่างช่องความดันทั้งสอง โดยมีท่อแคพพิลลารีเป็นอุปกรณ์ควบคุมอัตราการไหลและความดัน ซึ่งสมมติฐานเบื้องต้นในการคำนวณคือ:

- 1) ไม่พิจารณาหน้าหนักของของไหล
- 2) ความดันมีค่าคงที่ตลอดความหนาของชั้นฟิล์ม
- 3) ไม่มีการเลื่อนของชั้นฟิล์มของของไหลที่ผนัง
- 4) สารหล่อลื่นที่ใช้เป็นของไหลแบบนิวโทเนียน
- 5) การไหลภายในร่องเพลเป็นแบบราบเรียบ
- 6) ไม่พิจารณาความเคี้ยวของเอลิเมนต์ของไหล
- 7) ความหนาแน่นของของไหลและความหนืดมีค่าคงที่ตลอดชั้นฟิล์ม
- 8) ไม่พิจารณาผลของไฮโดรไดนามิกส์

ร่องเพลรับภาระที่มีขนาดคงที่ ซึ่งสมดุลกับความดันภายในร่องเพลที่สภาวะเริ่มต้น จากนั้นภาระจะแกว่งไปมาในแนวรัศมี กลับไปกลับมาด้วยความถี่การแกว่งคงที่ลักษณะของร่องเพลแสดงดังรูปที่ 2



รูปที่ 2 สัญลักษณ์และผังแรงอิสระของร่องเพลแบบอุทกสถิต

## 3. การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของร่องเพลแบบอุทกสถิตชนิด 2 ช่องความดัน

การคำนวณเริ่มจากใช้สมการเรโนลด์ที่เปลี่ยนแปลงกับเวลา ซึ่งเป็นสมการครอบคลุมของร่องเพล ที่แสดงถึงความสัมพันธ์ของความ

ตัน และความหนาของชั้นฟิล์มน้ำมัน เพื่อหาลักษณะการกระจายความดันภายในร่องเพลลา จากนั้นใช้สมการความต่อเนื่องในการพิจารณาอัตราการไหลเข้าและออกจากร่องเพลลา เพื่อทำนายค่าคงที่สปริง และสัมประสิทธิ์ความหน่วง ที่เกิดขึ้นภายในชั้นฟิล์มน้ำมันเมื่อภาวะเปลี่ยนแปลง และค่าที่ได้นี้จะนำไปใช้สร้างสมการการเคลื่อนที่ต่อไป

### 3.1 ลักษณะการกระจายความดัน

จากสมการเรโนลด์

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6U \frac{dh}{dx} + 12 \frac{dh}{dt} \quad (1)$$

เมื่อ  $p$  คือความดัน

$h$  คือความหนาของชั้นฟิล์มน้ำมัน

$U$  คือความเร็วที่ผิวหน้า

$\eta$  คือ dynamic viscosity

$t$  คือเวลา

$x, y, z$  คือพิกัดในแกนฉาก

สามารถเขียนให้อยู่ในรูปตัวแปรไร้หน่วยได้ดังต่อไปนี้

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left[ H^3 \frac{\partial P}{\partial \theta} \right] + \left( \frac{D}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial Z} \left[ H^3 \frac{\partial P}{\partial Z} \right] = 12\pi S_h \frac{\partial H}{\partial \theta} + 12O_n \frac{\partial H}{\partial t} \quad (2)$$

เมื่อกำหนดให้  $H = h/h_0$ ,  $Z = 2z/L$

$$P = p/p_s, S_h = S_H = \eta N(D/c_d)^2 / p_s$$

$$x = r\theta, O_n = O_N = \eta(D/c_d)^2 / p_s$$

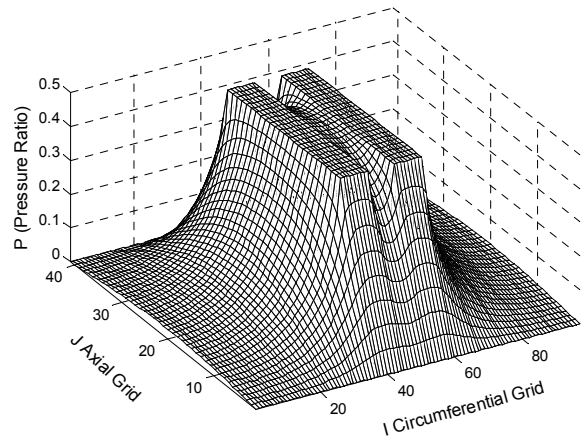
โดยที่  $c_d$  คือระยะช่องว่างในแนวเส้นผ่านศูนย์กลาง

(diametral clearance) ซึ่งเท่ากับ  $2h_0$

$S_h$  คือตัวเลขของซิมเมอร์ฟีลด์ (sommerfeld hybrid number)

และ  $O_n$  คือคุณสมบัติร่องเพลลาและน้ำมันหล่อลื่น

ใช้วิธีผลต่างสืบเนื่องสำหรับแก้สมการที่ (2) ที่สภาวะคงที่ จะได้ลักษณะการกระจายความดันดังแสดงในรูปที่ 3 ผลเฉลยถูกพิจารณาบนเงื่อนไขขอบเขตของอัตราส่วนความดันที่ออกแบบ และปลายทั้งสองข้างในทิศแนวแกนของร่องเพลลาเปิดสู่ความดันบรรยากาศ 1 คือจุดต่อในแนวเส้นรอบวง และ  $J$  คือจุดต่อในแนวแกน พิจารณาเป็น  $360^\circ$  ในแนวเส้นรอบวง และความกว้างในแนวแกนของร่องเพลลาตามลำดับ



รูปที่ 3 การกระจายความดันของน้ำมันบนร่องเพลลา

### 3.2 การคำนวณหาค่าคงที่สปริงและสัมประสิทธิ์ความหน่วง

ความหน่วง

ชั้นฟิล์มของน้ำมันในร่องเพลลาจะทำหน้าที่เป็นสปริง และตัวหน่วง ซึ่งจะเกิดจาก 2 ส่วนคือ:

- 1) น้ำมันภายในช่องความดันจะมีผลทำให้เกิดทั้งสปริงและตัวหน่วง
- 2) น้ำมันบริเวณผิวร่องเพลลาภายนอกช่องความดันจะพิจารณาเฉพาะผลของตัวหน่วง เนื่องจากปริมาณน้ำมันภายนอกช่องความดันน้อยมากเมื่อเทียบกับภายในช่องความดัน และค่าคงที่สปริงนั้นแปรผันโดยตรงกับปริมาตรของน้ำมัน

#### 3.2.1 ค่าคงที่สปริงและสัมประสิทธิ์ความหน่วง

ภายในช่องความดัน

การพิจารณาจะใช้สมการความต่อเนื่องของอัตราการไหลเข้าและออกจากช่องความดันเมื่อร่องเพลลาได้รับภาวะพลวัตดังนี้

อัตราไหลเข้าร่องเพลลาผ่านอุปกรณ์ควบคุมความดัน =

อัตราไหลออกจากช่องความดันเนื่องจากความดัน + อัตราไหลจากการบีบเค้น (squeeze) + อัตราไหลจากการอัดตัวของของไหล

(compressibility)

ซึ่งสามารถเขียนเป็นสมการได้ดังต่อไปนี้

$$\left[ \frac{dq_{in}}{dp_r} \right] p = \left[ \frac{\partial q_{out}}{\partial p_r} \right] p + \left[ \frac{\partial q_{out}}{\partial h} \right] h + A_r \frac{dh}{dt} + \frac{v}{k} \frac{dp}{dt} \quad (3)$$

จากลักษณะการกระจายความดันที่ได้สามารถนำมาใช้คำนวณอัตราการไหลออกจากช่องความดันได้ โดยใช้สมการอัตราการไหลจากการเหนี่ยวนำของความดันซึ่งพิจารณาในแนวเส้นรอบวงและในแนวแกนตามลำดับจะได้

$$q_x = -\frac{\Delta z}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} h^3 \quad (4a)$$

$$q_z = -\frac{\Delta x}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial z} h^3 \quad (4b)$$

จัดรูปสมการที่ (4a) และ (4b) ใหม่ให้อยู่ในรูปตัวแปรไร้มิติเพื่อให้สอดคล้องกับสมการเรโนลด์ไร้มิติจะได้

$$Q_x = -\frac{\Delta Z}{12} \left[ \frac{L}{D} \right] H^3 \frac{\partial P}{\partial \theta} \quad (5a)$$

$$Q_z = -\frac{\Delta \theta}{12} \left[ \frac{D}{L} \right] H^3 \frac{\partial P}{\partial Z} \quad (5b)$$

เมื่อ  $Q = \frac{q\eta}{p_s h_0^3}$

สมการอัตราการไหลเข้าและออกจากช่องความดันประเภทต่างๆ แสดงได้ดังนี้:

1) อัตราไหลจากการบีบเค้น

$$q_{squeeze} = A_r \frac{dh}{dt} \quad (6)$$

2) อัตราไหลจากการอัดตัวของของไหล

$$q_{compressibility} = \frac{v dp_r}{k dt} \quad (7)$$

3) อัตราไหลเข้าร่องเพลลาผ่านอุปกรณ์ควบคุมความดัน

$$q_{in} = \frac{(p_s - p_r)}{z_1} = \frac{(p_s - p_r)}{k_c \eta} \quad (8)$$

4) อัตราไหลออกจากช่องความดันเนื่องจากความดัน

$$q_{out} = \frac{\sum Q h^3 p_r}{\eta \beta} \quad (9)$$

เมื่อ  $v$  คือปริมาตรของของไหลภายในช่องความดัน

$k$  คือ Bulk Modulus

$A_r$  คือพื้นที่ของช่องความดัน

$z_1$  คือเทอมคุณสมบัติของอุปกรณ์ควบคุมการไหล(restrictor)

$k_c$  คือค่าคงที่ของแคพพิลลารีซึ่งมีค่าเท่ากับ  $128l_c / (\pi d_c)$

แทนค่าอัตราการไหลจากส่วนต่างๆ ลงในสมการที่ (3) โดยที่

$D = d/dt$  และ  $w = pA_r$ , จะได้สมการของฟังก์ชันถ่ายโอนดังนี้

$$-\frac{h}{w} = \frac{\frac{\sum Q h_0^3}{\eta \beta} + \frac{1}{z_1} + \frac{v}{k} D}{A_r \left( \frac{3p_r \sum Q h_0^2}{\eta \beta} + A_r D \right)} \quad (10)$$

จากสมการที่ (10) แทนค่า  $h = -x$  และ  $D = j\omega$  แล้วจัดรูปใหม่จะได้

$$\frac{w}{x} = \frac{A + Bj\omega}{C + Dj\omega} \times \frac{C - Dj\omega}{C - Dj\omega} \quad (11)$$

เมื่อ

$$A = \frac{3p_r A_r \sum Q h_0^2}{\eta \beta} \quad \text{หน่วยเป็น } \frac{\text{m}^4}{\text{s}}$$

$$B = A_r^2 \quad \text{หน่วยเป็น } \text{m}^4$$

$$C = \frac{\sum Q h_0^3}{\eta \beta} - \frac{1}{z_1} \quad \text{หน่วยเป็น } \frac{\text{m}^5}{\text{Ns}}$$

$$D = \frac{v}{k} \quad \text{หน่วยเป็น } \frac{\text{m}^5}{\text{N}}$$

ส่วนจริงจากสมการที่ (11) คือค่าคงที่สปริงซึ่งแสดงได้ดังนี้

$$\lambda_b = \frac{AC + BD\omega^2}{C^2 + D^2\omega^2} \quad (12)$$

และส่วนจินตภาพคือสัมประสิทธิ์ความหน่วง

$$c_b = \frac{BC - AD}{C^2 + D^2\omega^2} \quad (13)$$

### 3.2.2 สัมประสิทธิ์ความหน่วงที่เกิดจากน้ำมันบริเวณผิว

#### ร่องเพลลา

บริเวณผิวร่องเพลลาเป็นแหล่งของสัมประสิทธิ์ความหน่วงบีบเค้นที่สำคัญ ค่าสัมประสิทธิ์ความหน่วงสามารถคำนวณได้โดยอาศัยสมการเรโนลด์ไร้มิติ (สมการที่ 2) โดยที่สมการความหนาของชั้นฟิล์มแบบไร้หน่วยคือ (รูปที่ 2)

$$H = 1 - \varepsilon(t) \cos(\theta - \alpha) \quad (14)$$

เมื่อ  $\varepsilon = \frac{e}{h_0}$ ,  $\theta$  คือตำแหน่งมุมที่วัดจากกึ่งกลางระหว่างช่อง  
ความดันทวนเข็มนาฬิกา,  $\alpha = \phi = \gamma$  คือมุมของระยะเยื้องศูนย์  
(eccentricity:  $e$ ) ซึ่งจะเท่ากับมุมของภาวะ และความเร็วของระยะ  
เยื้องศูนย์ (velocity of eccentricity:  $\dot{e}$ ) ตามลำดับ เมื่อไม่คิดผลของ  
ไฮโดรไดนามิกส์

แทนค่าสมการที่ (14) ลงในสมการที่ (2) และใช้วิธีผลต่างสืบเนื่อง  
เช่นเดียวกับการหาค่าการกระจายความดันจะได้ค่าความดันบีบอัดที่จุด  
ต่อใดๆ คือ

$$P_{I,J} = \left\{ \frac{(H_{i+1,J}^3 P_{I+1,J} + H_{i,J}^3 P_{I-1,J})}{\Delta\theta^2} \right\} + \left\{ \frac{H_{i+1,J}^3 + H_{i,J}^3}{\Delta\theta^2} + \left(\frac{D}{L}\right)^2 \frac{H_{I,j+1}^3 + H_{I,j-1}^3}{\Delta Z^2} \right\} + \left\{ \frac{\left(\frac{D}{L}\right)^2 \frac{(H_{I,j+1}^3 P_{I,J+1} + H_{I,j-1}^3 P_{I,J-1})}{\Delta Z^2}}{\frac{H_{i+1,J}^3 + H_{i,J}^3}{\Delta\theta^2} + \left(\frac{D}{L}\right)^2 \frac{H_{I,j+1}^3 + H_{I,j-1}^3}{\Delta Z^2}} \right\} + \left\{ \frac{12O_n \cos \Psi \frac{d\varepsilon}{dt}}{\frac{H_{i+1,J}^3 + H_{i,J}^3}{\Delta\theta^2} + \left(\frac{D}{L}\right)^2 \frac{H_{I,j+1}^3 + H_{I,j-1}^3}{\Delta Z^2}} \right\} \quad (15)$$

โดยที่  $\Psi = \theta - \alpha$  คือผลต่างของตำแหน่งเชิงมุมจากแนวแกน  
 $x$  กับมุมของภาวะ  $\alpha$

ถ้าให้  $\tilde{P} = \frac{P}{\eta} p_s \left(\frac{c_d}{D}\right)^2 \frac{1}{d\varepsilon/dt} = \frac{P}{O_n (d\varepsilon/dt)}$  จะได้ค่า  
ความดันบีบอัดแบบไร้มิติที่จุดกริดต่างๆ คือ

$$\tilde{P}_{I,J} = \left\{ \frac{(H_{i+1,J}^3 \tilde{P}_{I+1,J} + H_{i,J}^3 \tilde{P}_{I-1,J})}{\Delta\theta^2} \right\} + \left\{ \frac{H_{i+1,J}^3 + H_{i,J}^3}{\Delta\theta^2} + \left(\frac{D}{L}\right)^2 \frac{H_{I,j+1}^3 + H_{I,j-1}^3}{\Delta Z^2} \right\} +$$

$$\left\{ \frac{\left(\frac{D}{L}\right)^2 \frac{(H_{I,j+1}^3 \tilde{P}_{I,J+1} + H_{I,j-1}^3 \tilde{P}_{I,J-1})}{\Delta Z^2} + 12 \cos \Psi}{\frac{H_{i+1,J}^3 + H_{i,J}^3}{\Delta\theta^2} + \left(\frac{D}{L}\right)^2 \frac{H_{I,j+1}^3 + H_{I,j-1}^3}{\Delta Z^2}} \right\} \quad (16)$$

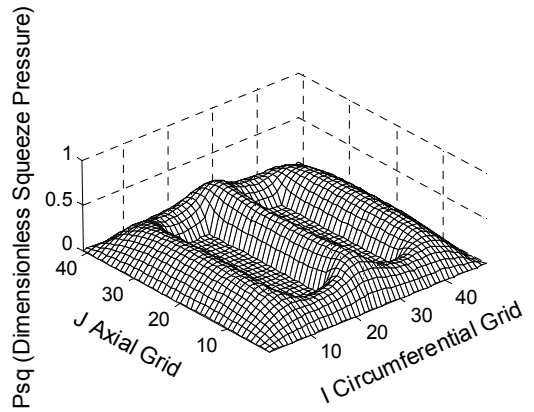
ดังนั้นแรงที่เกิดจากการกระจายความดันโดยคำนวณจากปริมาตรของ  
รูปทรงการกระจายความดันคือ

$$\sum p_{I,J} \Delta z \Delta x = \left(\frac{LD}{4}\right) \frac{p_s}{h_0} O_n \sum \tilde{P}_{I,J} \Delta Z \Delta \theta \left(\frac{de}{dt}\right) \quad (17)$$

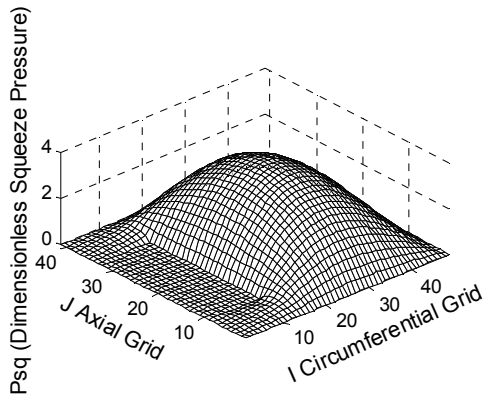
ค่าสัมประสิทธิ์ความหน่วงบีบเค้นคือสัมประสิทธิ์ของ  $de/dt$

$$\text{Squeeze Damping} = \left(\frac{LD}{4}\right) \frac{p_s}{h_0} O_n \sum \tilde{P}_{I,J} \Delta Z \Delta \theta \quad (18)$$

สมการที่ (18) สามารถนำไปคำนวณค่าสัมประสิทธิ์ความหน่วงบีบ  
เค้น ในแนวแกน  $x$  และ  $y$  บริเวณผิวของร่องเพลลาได้จากการหาการ  
กระจายของความดันบีบอัด ที่เกิดจากความเร็วกการกดอัดในแต่ละแกน  
ดังแสดงในรูปที่ 4 และ 5



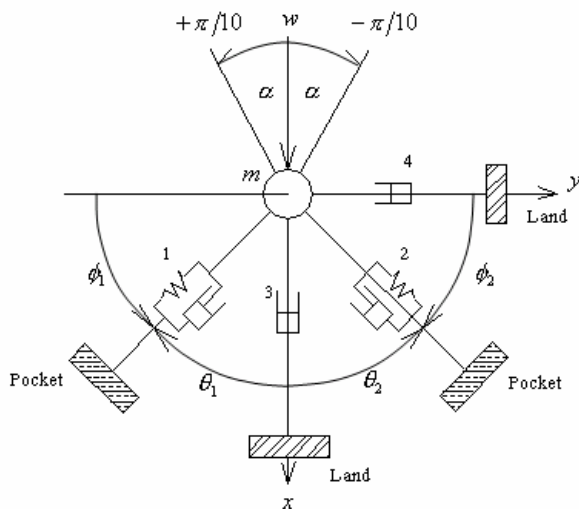
รูปที่ 4 ลักษณะการกระจายความดันบีบอัดเมื่อเพลลาเคลื่อนที่แกน  $x$



รูปที่ 5 ลักษณะการกระจายความดันบีบอัดเมื่อเพลาคือเคลื่อนที่แกน  $y$

### 3.3 การหาสมการการเคลื่อนที่

แบบจำลองของร่องเพลาคือพิจารณาด้วยวิธีการในหัวข้อที่ 3.2 สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 6 โดยใช้ค่าคงที่สปริงและสัมประสิทธิ์ความหน่วงที่คำนวณได้จากสมการที่ (12), (13) และสัมประสิทธิ์ความหน่วงที่คำนวณได้จากสมการที่ (18) แทนค่าลงในบริเวณของช่องความดันและผิวร่องเพลาดังแสดงในรูปที่ 6



รูปที่ 6 ลักษณะของร่องเพลานี้นะรูปของ มวล สปริง และตัวหน่วง

พิจารณาระบบ มวล สปริง และตัวหน่วงในรูปที่ 6 ที่ตำแหน่งต่าง ๆ (1,2,3,4) สามารถเขียนสมการการเคลื่อนที่ของระบบให้อยู่ในพิกัด  $x, y$  ซึ่งจะได้เป็นสมการของระบบทางพลศาสตร์ที่มีลักษณะพัวพัน (coupled system dynamic equation) ดังแสดงในสมการที่ (19)

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_t \\ \ddot{y}_t \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{xx} & C_{xy} \\ C_{yx} & C_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_t \\ \dot{y}_t \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} \\ K_{yx} & K_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_t \\ y_t \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta F_x \\ \Delta F_y \end{Bmatrix} \quad (19)$$

เมื่อ  $K_{12}$  คือค่าคงที่สปริงในแนวแกนที่ 1 จากการเคลื่อนที่ของมวลในทิศที่ 2

$C_{12}$  คือสัมประสิทธิ์ความหน่วงในแนวแกนที่ 1 จากการเคลื่อนที่ของมวลในทิศที่ 2

$\Delta F_x$  ภาระที่เปลี่ยนไปในแนวแกน  $x$  เมื่อภาระเปลี่ยนทิศทาง

$\Delta F_y$  ภาระที่เปลี่ยนไปในแนวแกน  $y$  เมื่อภาระเปลี่ยนทิศทาง  
สัญลักษณ์ตัวห้อย 1, 2 ในตัวแปรแทน  $x$  หรือ  $y$  ในสมการที่ (19)

### 4. การตอบสนองของเพลาดูภาระพลวัต

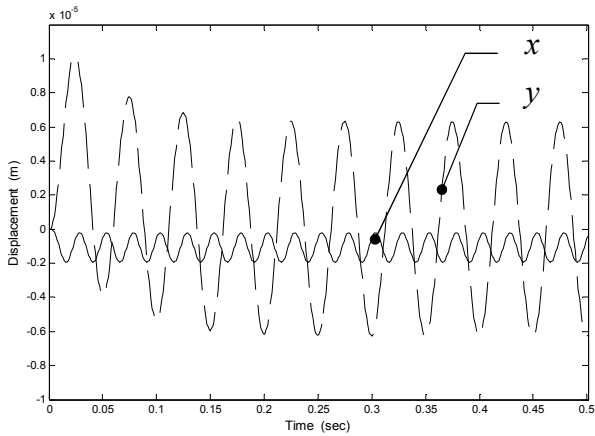
ในการคำนวณสำหรับร่องเพลาคือเลือกใช้ค่าอัตราส่วน  $L/D$  เท่ากับ 1,  $a/L$  เท่ากับ 0.2 ซึ่งค่าที่เหมาะสมที่สุดในการออกแบบ (จากการพิจารณาอัตราส่วนกำลังกับการสูญเสียจากแรงเสียดทาน) คือ  $L/D$  เท่ากับ 1,  $a/L$  เท่ากับ 0.25 [5] ซึ่งอาจเปลี่ยนค่าได้ตามความเหมาะสม ค่า  $a/L$  ที่เลือกใช้ค่าเท่ากับ 0.2 นั้นเพื่อต้องการขยายขนาดของช่องความดัน ให้ความสามารถในการรับภาระสูงขึ้น ใช้ค่า  $D$  เท่ากับ 0.038 เมตร,  $c_d$  เท่ากับ  $50 \times 10^{-6}$  เมตร,  $\theta_2$  เท่ากับ  $\pi/6$  เรเดียน (มุมของช่องความดัน),  $\theta_1$  เท่ากับ  $\pi/6$  เรเดียน (มุมระหว่างขอบของช่องความดันทั้งสอง)

สำหรับอุปกรณ์ควบคุมความดันนั้นใช้ท่อแคปพิลลารี ซึ่งมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเท่ากับ 0.00038 เมตร และมีความยาวเท่ากับ 0.050 เมตร

สำหรับสารหล่อลื่นที่ใช้เป็นน้ำมันไฮดรอลิกส์ มีค่าความหนืดเท่ากับ 0.0035  $\text{Ns/m}^2$  และ ค่าโมดูลัสของปริมาตร (bulk modulus  $k$ ) เท่ากับ 2.275  $\text{GN/m}^2$  อัตราส่วนความดัน  $\beta$  เท่ากับ 0.5 ซึ่งเป็นค่าที่นิยมในการออกแบบ ความดันที่ป้อนให้ร่องเพลาคือ  $p_s$  มีค่าเท่ากับ 10.3  $\text{MN/m}^2$  (ความดันต่อเนื่องของปั๊ม)

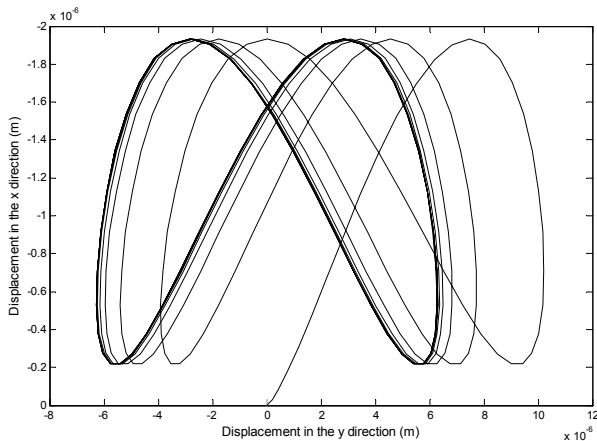
รูปที่ 7 แสดงการขจัดของเพลาคือจะเห็นว่า การขจัดตามแนวแกน  $y$  มีค่ามากกว่า  $x$  ทั้งนี้เนื่องจากว่าแกน  $x$  นั้นมีช่องความดันอยู่ด้านล่างส่วนภาระกระทำอยู่ด้านบน (พิจารณารูปที่ 6) จึงมีการเปลี่ยนแปลงระยะทางไม่มาก ส่วนแกน  $y$  นั้นไม่มีช่องความดันรองรับภาระ ทำให้เมื่อภาระเริ่มหมุน เพลาคือเคลื่อนที่ในแกน  $y$  มากกว่า การพิจารณาแนวโน้มของความไม่เสถียรของเพลาคือพิจารณาที่ระยะขจัดแนว  $y$  เป็นสำคัญ

เส้นทางเดินของเพลาคือในพิกัด  $x, y$  เมื่อรับภาระพลวัตแสดงในรูปที่ 8 และรูปที่ 10 และสังเกตได้ว่าก่อนที่จะเข้าสู่สภาวะคงที่เพลาคือเคลื่อนที่ไปตามทิศทางของภาระ



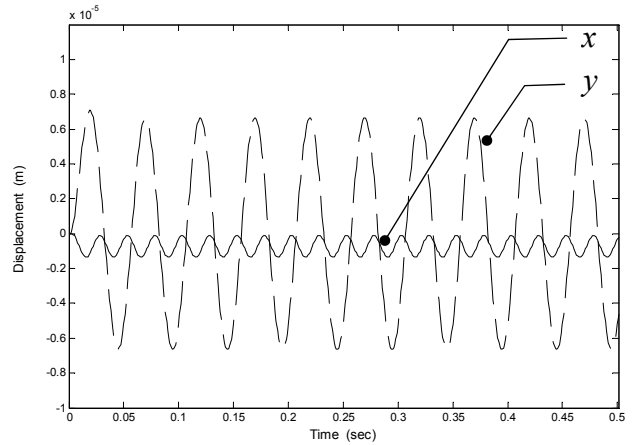
รูปที่ 7 ค่าของตำแหน่ง  $x$  และ  $y$  เมื่อช่องความถี่กว้าง 30 องศาและวางห่างกัน 30 องศา  $a/L$  เท่ากับ 0.2 ที่ความถี่ 20 เฮิรท์ซ์

รูปที่ 8 แสดงตำแหน่งทางเดินของเพลลาในพิกัด  $x$  และ  $y$  จะพบว่าลักษณะการเคลื่อนที่ของเพลลาที่เคลื่อนไปทางขวา เนื่องจากภาระจะหมุนไปด้านทวนเข็มนาฬิกา ก่อน แล้วจึงเคลื่อนที่กลับไปกลับมา ทำให้เพลลาจะค่อยๆ เข้าสู่สมดุล จากรูปเพลลาไม่ชนขอบของร่องเพลลาซึ่งช่องว่างระหว่างเพลลากับปลอรร่องเพลลาคือ  $2.5 \times 10^{-5}$  เมตร

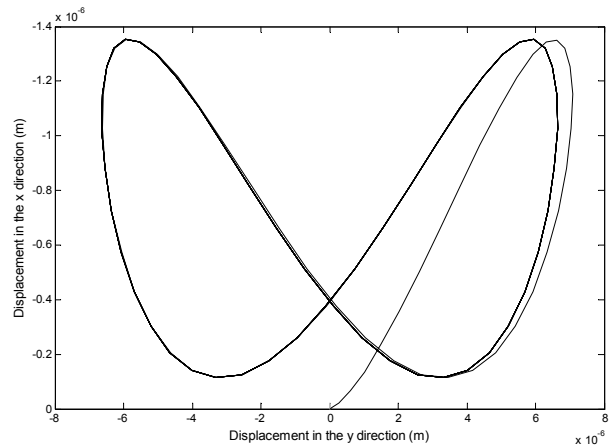


รูปที่ 8 ตำแหน่งของเพลลาเมื่อช่องความถี่กว้าง 30 องศาและวางห่างกัน 30 องศา  $a/L$  เท่ากับ 0.2 ที่ความถี่ 20 เฮิรท์ซ์

หากความกว้างของช่องความถี่ ( $\theta_2$ ) เพิ่มขึ้นจะทำให้ระบบร่องเพลลา มีความเสถียรมากขึ้น เนื่องจากความสามารถในการรองรับภาระในแนวแกน  $y$  เพิ่มขึ้น โดยเป็นผลมาจากการกระจายความถี่ที่เพิ่มขึ้นนั่นเอง นอกจากนี้การที่ช่องความถี่กว้างขึ้นยังส่งผลให้ร่องเพลลาสามารถรับภาระในทิศทางที่แกว่งไปมาได้กว้างกว่าเดิมอีกด้วย ดังจะเห็นได้จากผลตอบสนองทางพลศาสตร์ของเพลลาในรูปที่ 9 และ 10 ซึ่งช่องความถี่กว้าง 60 องศาและวางห่างกัน 30 องศา



รูปที่ 9 ค่าของตำแหน่ง  $x$  และ  $y$  เมื่อช่องความถี่กว้าง 60 องศาและวางห่างกัน 30 องศา  $a/L$  เท่ากับ 0.2 ที่ความถี่ 20 เฮิรท์ซ์



รูปที่ 10 ตำแหน่งของเพลลาเมื่อช่องความถี่กว้าง 60 องศาและวางห่างกัน 30 องศา  $a/L$  เท่ากับ 0.2 ที่ความถี่ 20 เฮิรท์ซ์

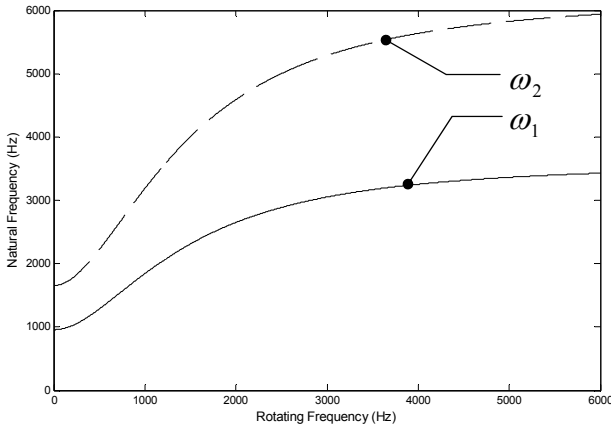
## 5. การตอบสนองทางพลศาสตร์ของร่องเพลลาต่อภาระพลวัตที่สภาวะคงตัว

ค่าความหน่วงของระบบนั้นมาจาก 2 ส่วนคือ ค่าความหน่วงภายในช่องความถี่ และค่าความหน่วงบีบเค้นบริเวณผิวร่องเพลลา พบว่าค่าความหน่วงของระบบส่วนใหญ่ นั้น มาจากความหน่วงบีบเค้นที่เกิดจากการอัดตัวอย่างทันทีทันใดบริเวณผิวร่องเพลลา ส่วนค่าความหน่วงที่เกิดในช่องความถี่จะมีอิทธิพลน้อยกว่า ถึงแม้ว่าจะปรับขนาดของท่อแคพพิลลารีให้มีขนาดใหญ่ ก็ทำให้ความหน่วงโดยรวมของระบบลดลงเล็กน้อยเท่านั้น การลดอัตราส่วนความหน่วงของระบบยังสามารถทำได้โดยการเพิ่มขนาดของช่องความถี่

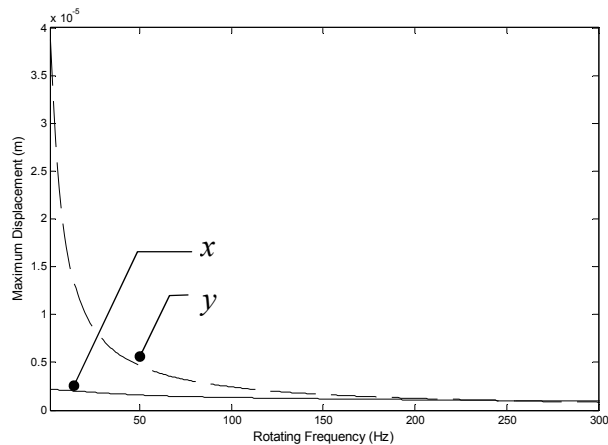
นอกจากนี้ยังพบว่า ค่าคงที่สปริงภายในช่องความถี่ทั้งสองนั้น สูงขึ้นเมื่อความถี่ของภาระสูงขึ้น ทำให้ค่าความถี่ธรรมชาติของระบบมีการเปลี่ยนแปลงตามไปด้วยดังแสดงในรูปที่ 11

อย่างไรก็ตาม ระบบก็ยังคงมีอัตราส่วนความหน่วงมากกว่าวิกฤตค่อนข้างมาก ซึ่งสามารถปรับลดได้เพียงเล็กน้อยเท่านั้น หากต้องการให้ผลตอบสนองเข้าสู่สมดุลเร็วขึ้น แต่จะทำให้ค่าการขจัดที่สภาวะคงตัวสูงขึ้น ดังนั้นการออกแบบจึงขึ้นอยู่กับผู้ออกแบบว่าการตอบสนองที่

สภาวะไม่คงตัวมีความสำคัญเพียงใด โดยที่การขจัดสูงสุดที่สภาวะคงตัวสามารถลดลงได้อย่างมีนัยสำคัญโดยการเพิ่มความถี่ของภาระที่กระทำ ทั้งนี้เนื่องจากระบบมีความหน่วงมากกว่าวิกฤตที่ค่อนข้างสูง (รูปที่ 12) และอัตราส่วนความถี่ของภาระต่อความถี่ธรรมชาติจะต่ำกว่าหนึ่งเสมอ



รูปที่ 11 ความถี่ธรรมชาติของระบบกับความถี่ของภาระของรอกเพลลาที่มีช่องความถี่กว้าง 30 องศา วางห่างกัน 30 องศา

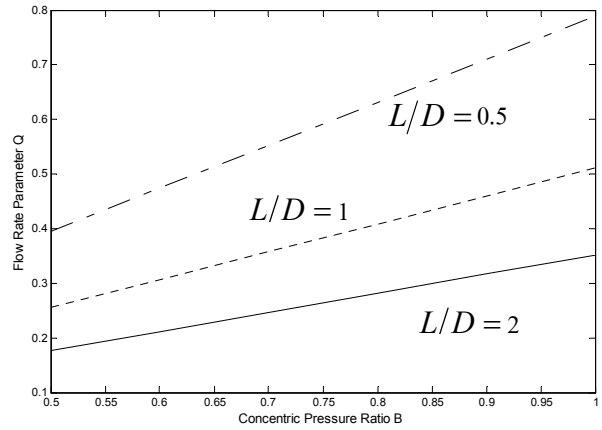


รูปที่ 12 การขจัดสูงสุดในแนวแกน  $x$  เทียบกับ  $y$  ที่ค่าความถี่ของภาระต่าง ๆ

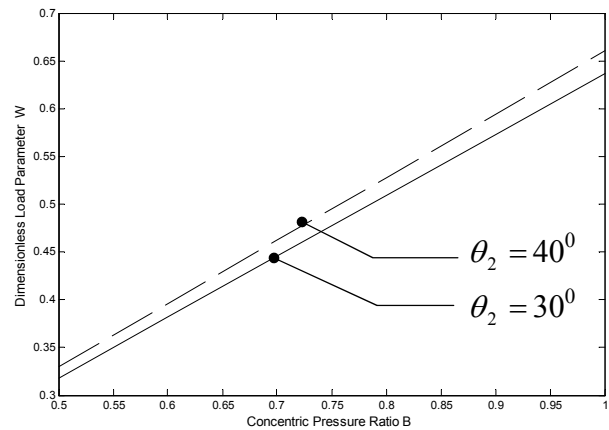
## 6. สมรรถนะของรอกเพลลาต่อภาระสถิตที่สภาวะคงตัว

น้ำมันที่อยู่บริเวณผิวของรอกเพลลาจะทำหน้าที่หลัก ในการดูดซับการสั่นสะเทือนจากภาระพลวัต ส่วนอุปกรณ์ควบคุมความดัน เช่น ท่อแคปพิลลารีนั้นจะทำหน้าที่ในการควบคุมความดันที่ภาระสถิต จึงได้ทำการศึกษาถึงคุณสมบัติในกรณีดังกล่าว ซึ่งมีสองปริมาณที่จำเป็นต้องใช้ในการประเมินรอกเพลลา คือ อัตราการใช้น้ำมันของรอกเพลลา และความสามารถในการรองรับภาระ รูปที่ 13 แสดงถึงอัตราการใช้น้ำมันที่อัตราส่วนความยาวของรอกเพลลาต่อความกว้างของเส้นผ่านศูนย์กลาง ( $L/D$ ) เป็น 0.5, 1, 2 ตามลำดับ โดยที่รอกเพลลา มีขนาดความกว้างของช่องความดัน 30 องศา วางห่างกัน 30 องศา และอัตราส่วนผิวรอกเพลลาต่อความยาวในแนวแกน  $a/L$  เท่ากับ 0.2

ส่วนของการหาความสามารถในการรองรับภาระ ซึ่งแสดงในรูปของตัวแปรภาระไร้มิติ (dimensionless load parameter) กับอัตราส่วนความดันในช่องความดันที่สภาวะสมดุล (concentric pressure ratio) ดังแสดงในรูปที่ 14 (สำหรับรอกเพลลาที่มีขนาดช่องความดันกว้าง 30 องศา วางห่างกัน 30 องศา และ กว้าง 40 องศา วางห่างกัน 20 องศา)



รูปที่ 13 กราฟระหว่างตัวแปรการไหลไร้มิติ  $Q = q\eta/p_s h_0^3$  กับอัตราส่วนความดัน  $B = \beta$  ที่  $a/L$  เท่ากับ 0.2



รูปที่ 14 กราฟระหว่างตัวแปรภาระไร้มิติ  $W = w/(p_s LD)$  กับอัตราส่วนความดัน  $B = \beta$  ที่ช่องความดัน  $\theta_2$  กว้าง 40 และ 30 องศา,  $a/L$  เท่ากับ 0.2 และ  $L/D$  เท่ากับ 1

จากรูปที่ 13 จะพบว่าที่สภาวะสถิต อัตราการไหลจะมีค่ามากขึ้นเมื่ออัตราส่วนความดันเพิ่มขึ้น แต่ผลของอัตราส่วนความดันต่ออัตราการไหลจะลดลงหากรอกเพลลา มีความยาวเพิ่มขึ้น หากความดันที่ป้อนให้กับรอกเพลลา มีค่าคงที่ อุปกรณ์ควบคุมความดันก็จะส่งผลต่อการเพิ่มหรือลดอัตราส่วนความดันภายในช่องความดัน และส่งผลถึงความสามารถในการรับภาระและอัตราการรั่วไหลด้วย และรูปที่ 14 ก็แสดงให้เห็นว่าเมื่อช่องความดันกว้างขึ้นจะสามารถรับภาระได้มากขึ้นอีกด้วย



## 7. สรุป

รองเพลลาแบบอุทกสถิตที่มี 2 ช่องความดันสามารถรับภาระที่สูงกว่าที่ความดันเท่ากัน และสิ้นเปลืองพลังงานน้อยกว่า สำหรับการรับภาระพลวัต การเพิ่มขนาดของช่องความดันจะทำให้เพลลาเข้าสู่สมดุลเร็วขึ้นและทำให้ระยะเยื้องศูนย์กลางที่เบี่ยงเบนไปมาลดลง ส่วนการลดขนาดการจัดที่สภาวะคงตัว ทำได้โดยการเพิ่มความถี่ของภาระ อุปกรณ์ควบคุมความดันจะทำหน้าที่ในการควบคุมสมรรถนะของรองเพลลาสำหรับภาระสถิตเป็นสำคัญ แต่สำหรับภาระพลวัตค่าความหน่วงบีบเค้นบริเวณผิวรองเพลลา จะเป็นส่วนสำคัญในการรองรับการกระแทกอย่างไร้เมื่อความถี่ของภาระสูงขึ้น ค่าคงที่สปริงภายในช่องความดันจะสูงขึ้น อาจทำให้เกิดการเสียดรูปที่โครงสร้างมากกว่าที่จะเกิดขึ้นที่ชั้นฟิล์มน้ำมัน ในทางตรงกันข้ามถ้าความถี่ของภาระมีค่าน้อย การจัดที่สภาวะไม่คงตัวจะมีค่ามาก อาจทำให้เกิดความเสียหายได้

## 8. กิตติกรรมประกาศ

ได้รับทุนอุดหนุนวิจัยจากคณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

## 9. เอกสารอ้างอิง

- [1] Singiresu S. Rao. **Mechanical Vibration**. 3<sup>rd</sup> ed. ---: Addison-Wesley; 1995.
- [2] M.F. Hessey and S.M. Manton. Evaluation of a two-pocket Hydrostatic Journal Bearing Suitable for Use Over a Wide Range of Temperature. **Instn Mech Engrs** 1970; C13/71: 43-53.
- [3] W.B.Rowe. Dynamics and Static Properties of Recessed Hydrostatic Journal Bearings by Small Displacement Analysis. **Journal of Lubrication Technology** Jan 1980 ; Vol.102: 71-79.
- [4] J.P. O'Donoghue, W.B. Rowe, C.J. Hooke. Computer Analysis of Externally Pressurized Journal Bearings. **Proc Instn Engrs** 1969-1970 ; Vol.184: 48-53 .
- [5] W.B.Rowe. **Hydrostatic and Hybrid Bearing Design**. 1<sup>st</sup> ed. england: Edn, Butterworth & co.(publishers)Ltd; 1983
- [6] Jaw-Ren Lin. squeeze film characteristic of finite journal bearings : couple stress fluid model. **Tribology international** 1998; Vol.31: 201-207.