

การทำนายการเคลื่อนที่ของเรือด้วยระเบียบวิธีพานลแบบเคลวินสามมิติ Prediction of ship motion by a three-dimensional Kelvin panel method

ยอดชาย เตียบเป็น¹ อุดมเกียรติ นนทแก้ว²
ศูนย์วิจัยวิศวกรรมคำนวณขั้นสูง ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ
1518 ถนนพิบูลสงคราม เขตบางซื่อ กรุงเทพมหานคร 10800
Email: yodchai_tp@yahoo.com¹, unk@kmitnb.ac.th²

Yodchai Tiaple Udomkiat Nontakeaw
Research center for Advanced Computational Engineering (RACE)
Department of Mechanical Engineering, King Mongkut's Institute of Technology North Bangkok,
1518 Piboonsongkram Rd., Bangsue, Bangkok 10800
Email: yodchai_tp@yahoo.com¹, unk@kmitnb.ac.th²

บทคัดย่อ

การเคลื่อนที่แบบไม่คงตัวของเรือ ขณะแล่นไปบนคลื่นแบบฮาร์โมนิก จะศึกษาผ่านทางปัญหา diffraction และ radiation โดยใช้ระเบียบวิธีพานลแบบเคลวิน สมมุติให้ของไหลเป็นแบบศักยะ แบ่งผิวเรือออกเป็นพานลเล็กๆ และกระจายด้วย singularity ที่มีขนาดคงที่ ผลเฉลยของปัญหาคือการคำนวณหาขนาดของ singularity เพื่อนำไปคำนวณหาฟังก์ชันศักยะ ความดัน แรง และขนาดการตอบสนองของการเคลื่อนที่ของเรือ เพื่อทดสอบความถูกต้องของโปรแกรมที่ได้พัฒนาขึ้นเอง นำไปคำนวณกับเรือบรรทุกสินค้าประเภท series-60 ($C_B=0.7$) ปรากฏว่าผลการคำนวณสอดคล้องกันเป็นอย่างดี เมื่อเปรียบเทียบกับผลการทดลองและการคำนวณของแบบวิธีอื่น

Abstract

The unsteady ship motions are studied through free motion simulations (diffraction problem) and through harmonic forced motion simulations (radiation problem). The numerical solution based on the potential flow theory is solved by a three-dimensional Kelvin method. The ship hull surface is discretized into an ensemble of the quadrilateral panels on which the intensity of singularity distribution is assumed constant on each panel. The numerical solution is to find only the distribution of singularity on ship hull surface. Then, the velocity potential, pressure distribution, hydrodynamic loads and response amplitude of ship motion can be computed. The program is tested with the results of a cargo series-60 ($C_B=0.7$) hull. The

comparison with experiment and other numerical results shows excellent agreement.

1. บทนำ

การเคลื่อนที่ของเรืออันสืบเนื่องมาจากการมีคลื่นทะเลเข้าปะทะอยู่ตลอดเวลา มีความหนืดต่อ ประสิทธิภาพของเรือ การเพิ่มขึ้นของแรงต้าน แรงปะทะอย่างแรงบริเวณท้องเรือตอนที่ตัวเรือถูกยกสูงขึ้นโดยคลื่น การเกิดความเร่งในแนวแกนตั้ง และอื่นๆ เป็นต้น ถึงแม้ว่าสิ่งที่ได้กล่าวไว้จะมีความสำคัญอย่างยิ่งต่อพลศาสตร์ทางน้ำของเรือ แต่ปัญหาที่เป็นพื้นฐานสำคัญต่อการออกแบบก็คือ การศึกษาการเคลื่อนที่ของเรือในสภาวะมีคลื่นทะเล

สำหรับการศึกษาการเคลื่อนที่ของเรือ โดยทั่วไปจะกำหนดให้เรือเป็นวัตถุแกร่งลอยน้ำ มีการเคลื่อนที่แบบ 6 ทิศทาง ส่วนของไหลกำหนดให้เป็นแบบของไหลศักยะเชิงเส้น กล่าวคือของไหลเป็นแบบอัดตัวไม่ได้ ไม่คิดอิทธิพลของความหนืด การไหลไม่เกิดการหมุนวน และทั้งความสูงคลื่นที่เข้าปะทะ และ การแกว่งตัวของเรือมีค่าน้อย ดังนั้นความเร็วศักยะ (velocity potential) จึงสอดคล้องกับสมการลาปลาซ และ เงื่อนไขขอบ (boundary condition)

ภายใต้สมมุติฐานข้างต้น ส่งผลให้ผลเฉลยของปัญหาไม่สามารถคำนวณหาได้โดยตรง สิ่งหนึ่งที่ค่อนข้างเป็นปัญหาหลักคือ เงื่อนไขที่ตำแหน่งผิวอิสระซึ่งมีความซับซ้อนอย่างยิ่ง นอกจากนั้นรูปร่างของลำตัวเรือ ที่มีความซับซ้อนซึ่งไม่สามารถเขียนเป็นสมการคณิตศาสตร์ได้ ก็เป็นอีกหนึ่งปัญหา ดังนั้นการหาผลเฉลยของปัญหาเป็นไปไม่ได้เลย ถ้าไม่ใช้ระเบียบวิธีการคำนวณเชิงตัวเลขเข้ามาช่วย

การจำลองเพื่อทำนายการเคลื่อนที่ของเรือที่ได้รับความนิยมตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบัน เริ่มตั้งแต่ Korvin-Kroukovsky และ Jacobs [1]

นำเสนอวิธี Strip theory โดยกำหนดให้ลำตัวเรือจะแบ่งออกเป็นแฉกๆ และแยกคำนวณแบบ 2 มิติ ไม่คิดผลกระทบต่อกัน แล้วนำสัมประสิทธิ์ของแรงมาอินทิเกรตรวมกันตลอดทั้งความยาวเรือ และก็ได้รับการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง เช่น Tuck and Faltinsen [2] เป็นต้น อย่างไรก็ตามการคำนวณวิธีนี้ก็ยังมีข้อจำกัดอยู่ค่อนข้างมากเช่น รูปร่างของเรือจะต้องเพรียว และ ใช้ได้เฉพาะช่วงปัญหา short wave เท่านั้น

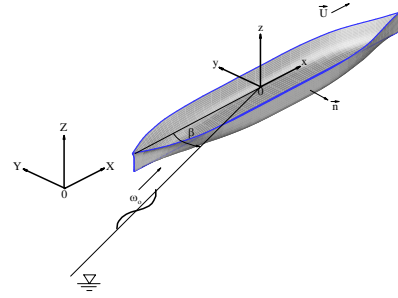
หลังจากที่คอมพิวเตอร์ได้รับการพัฒนาให้มีประสิทธิภาพสูง และมีความเป็นไปได้ที่จะนำเอาคอมพิวเตอร์มาช่วยในการคำนวณเชิงตัวเลขระเบียบวิธีที่ได้นำเสนอก็คือ Boundary Element Method (BEM) โดย Hess and Smith [3] ซึ่งใช้กับปัญหาทางด้านอากาศยาน และไม่นานก็สามารถนำมาประยุกต์ใช้กับงานทางด้าน hydrodynamics สำหรับ BEM ทางด้าน hydrodynamics สามารถแบ่งออกเป็น 2 ชนิด คือ แบบ Rankine singularity นำเสนอโดย Dawson [4] และ แบบ Kelvin singularity นำเสนอโดย Wehausen and Laitone [5] ทั้ง 2 แบบ มีความแตกต่างกันที่ Green function ที่นำมาใช้ สำหรับ Green function ของ Rankine จะใช้ประเภทเดียวกันกับในกรณีของอากาศยานรวมกับเทอมที่เป็น image ของมัน การคำนวณก็จะกระจาย singularity ทั้งบนผิวเรือ และผิวอิสระ เพื่อให้สอดคล้องกับเงื่อนไขที่ผิวอิสระ ข้อดีของวิธีนี้คือ ขั้นตอนการคำนวณค่อนข้างง่ายไม่ซับซ้อน ส่วนข้อเสียคือ จำเป็นต้องใช้คอมพิวเตอร์ที่มีหน่วยความจำค่อนข้างสูง เนื่องจากกระจาย singularity บนผิวอิสระไปถึงระยะอนันต์ ส่วนแบบ Kelvin จะใช้ Green function มีเทอมที่สอดคล้องกับเงื่อนไขผิวอิสระรวมอยู่แล้ว ข้อดีของวิธีนี้คือ ไม่ต้องกระจาย singularity ลงบนผิวอิสระลดการคำนวณอย่างมหาศาล ส่วนข้อเสียคือ Green function มีความซับซ้อนมาก

ปัญหาการคำนวณ Green function ของแบบ Kelvin singularity คือ ฟังก์ชันอินทิเกรตที่มีความถี่ค่อนข้างสูงยากแก่การอินทิเกรต จึงมีนักวิจัยหลายท่านคิดค้นวิธีการอินทิเกรตฟังก์ชันแบบนี้ เช่น Bessho [6] ใช้วิธี steepest decent ส่วน Ba and Guilbaud [7] ใช้วิธี Runge-Kutta fourth-order และ Nontakaew [8] ใช้วิธี adaptive simpson เป็นต้น ซึ่งแต่ละแบบการอินทิเกรตก็มีข้อดีข้อเสียเหมาะสมแตกต่างกัน

วัตถุประสงค์ของการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ เพื่อพัฒนาเครื่องมือใช้ในการทำนายการเคลื่อนที่ของเรือ ภายใต้สภาวะมีคลื่นเข้าปะทะแบบฮาร์โมนิก ขณะแล่นไปข้างหน้าด้วยความเร็วคงที่ ศึกษาผ่าน potential flow theory โดยใช้ระเบียบวิธี BEM แบบ Kelvin singularity และเลือกใช้ Green function ที่เป็นรูปแบบของ Guével and Bougis [9] ส่วนวิธีการอินทิเกรตเทอมของ Green function จะเลือกใช้วิธีแบบ adaptive Clenshaw-Curtis integration [10] เพื่อทดสอบความถูกต้องโปรแกรมที่ได้พัฒนาขึ้นเอง ทดลองคำนวณหา แรง และ ขนาดการตอบสนองการเคลื่อนที่ของเรือบรรทุกสินค้าประเภท series-60 ($C_B = 0.7$) และ เปรียบเทียบกับผลการทดลองและผลการคำนวณอื่นๆ ที่เกี่ยวข้อง

2. ทฤษฎีและขอบเขตปัญหา

พิจารณาเรือเคลื่อนที่ไปข้างหน้าด้วยความเร็ว U ตามแนวแกน x ภายใต้สภาวะมีคลื่นแบบฮาร์โมนิกที่มีขนาดความสูงคลื่นค่อนข้างน้อย เมื่อเปรียบเทียบกับความยาวเรือ เข้าปะทะอยู่ตลอดเวลา กำหนดให้เรือแล่นอยู่ภายในโดเมนที่ไม่มีขอบเขตจำกัด ดังรูปที่ 1



รูปที่ 1 แกนของระบบ

สมมุติให้ของไหลภายในโดเมนเป็นแบบอัดตัวไม่ได้ ไม่คิดอิทธิพลของความหนืด และการไหลไม่เกิดการหมุนวน ภายใต้เงื่อนไขของปัญหาเป็นแบบเชิงเส้น การรบกวนของไหลเนื่องจากเรือสามารถเขียนแยกออกเป็น เนื่องจากการเคลื่อนที่มุ่งหน้าด้วยความเร็วคงที่ และ เนื่องจากการเคลื่อนที่ไปมาของเรือ สำหรับงานนี้ศักยะความเร็วรวม $\Phi(x, y, z; t)$ (total velocity potential) สามารถมาเขียนอยู่ในรูป

$$\Phi(x, y, z; t) = -Ux + \phi(x, y, z) + \text{Re} \left[\sum_{j=0}^7 \zeta_j \phi_j(x, y, z) e^{i\omega_j t} \right] \quad (1)$$

เมื่อ ϕ คือ ศักยะความเร็วเนื่องจากการเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ (steady potential) การศึกษาครั้งนี้จะไม่นำมาพิจารณา ϕ_j ($j=1, \dots, 6$) คือ ศักยะการแพร่ (radiation potential) สอดคล้องกับการเคลื่อนที่แกว่งไปมา 6 DOF ของเรือ ζ_j คือ ขนาดของการเคลื่อนที่ในทิศทางต่างๆ เมื่อ $j=1, \dots, 6$ คือทิศ surge, sway, heave, roll, pitch และ yaw ตามลำดับ ϕ_0 คือ ศักยะคลื่นเข้าปะทะ (incident potential) ϕ คือ ศักยะการแผ่ (diffraction potential) ส่วน $\zeta_0 = \zeta_7$ คือขนาดความสูงคลื่นเข้าปะทะ สำหรับศักยะคลื่นเข้าปะทะเป็นไปตามสมการดังนี้

$$\phi_0 = -\frac{ig}{\omega_0} \exp(k_0 z - ik_0(x \cos \beta + y \sin \beta)) \quad (2)$$

เมื่อ g คือ ค่าแรงโน้มถ่วง, $i = \sqrt{-1}$, $k_0 = \omega_0^2/g$ คือ wave number, มีความถี่เท่ากับ ω_0 , β คือ มุมเข้าปะทะ ถ้า $\beta = 180^\circ$ เรียกว่า head sea ส่วน $\beta = 0^\circ$ เรียกว่า following sea เป็นต้น และความถี่ที่เข้าปะทะกับเรือ ω_e (encounter frequency) เป็นไปตามสมการ

$$\omega_e = \omega_0 - U \frac{\omega_0^2}{g} \cos \beta \quad (3)$$

ภายใต้สมมุติฐานทฤษฎีเชิงเส้น ศักยะ ϕ สอดคล้องกับสมการดังต่อไปนี้

$$\nabla^2 \phi_j = 0 \quad \text{ทั้งโดเมน} \quad (4)$$

$$\left(-\omega_0^2 - i2\omega_0 U \frac{\partial}{\partial x} + U^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} + g \frac{\partial}{\partial z} \right) \phi_j = 0 \quad \text{ที่ } z = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial \phi_j}{\partial n} = -i\omega_0 n_j + U m_j \quad (j=1, \dots, 6) \quad (6)$$

$$\frac{\partial \phi_j}{\partial n} = -\frac{\partial \phi_0}{\partial n} \quad (j=7) \quad (7)$$

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \phi_j = 0 \quad (j=1, \dots, 7) \quad \text{เมื่อ } R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \rightarrow \infty \quad (8)$$

$$(n_1, n_2, n_3) = \vec{n} \quad (9a)$$

$$(n_4, n_5, n_6) = \vec{x} \times \vec{n} \quad (9b)$$

$$m_j = (0, 0, 0, 0, n_3, -n_2) \quad (9c)$$

ปัญหาข้างต้นเป็นแบบ Boundary Value Problem สามารถแก้สมการได้ โดยใช้วิธี Boundary Integral Equation ร่วมกับฟังก์ชันกรีน (Green function, $G(M, M')$) ที่สอดคล้องกับเงื่อนไขเชิงเส้นผิวอิสระ เมื่อ M คือตำแหน่ง field point และ M' คือตำแหน่งที่วาง singularity หรือเรียกว่า source point นำเอา Green's theorem ประยุกต์ใช้กับทั่วทั้งโดเมน ศักยะ ϕ_j สามารถเขียนในรูปของสมการอินทิกรัลดังนี้

$$\frac{\phi_j(M)}{2} = \frac{1}{4\pi s} \iint \sigma(M') G(M, M') ds - \frac{U^2}{4\pi g} \int_C \sigma(M') G(M, M') n_x(M') dy \quad (10)$$

เมื่อ σ คือ ค่าซอร์สซึ่งเป็นตัวไม่รู้ค่า c คือ เส้นตัดรอบเรือที่ตำแหน่งผิวอิสระ และ n_x คือเวกเตอร์ตั้งฉากในทิศทางแกน x ค่าความเข้มซอร์ส (σ) หาได้จากการนำเอาเงื่อนไขบนผิวเรือ ที่กล่าวว่าจะไม่มีของไหลไหลข้ามผิวเรือ (6) และ (7) ประยุกต์ใช้กับสมการที่ (10) เขียนเป็นสมการใหม่ได้ดังนี้

$$2\pi\sigma(M) - \iint_s \sigma(M') \frac{\partial G(M, M')}{\partial n_m} ds + \frac{U^2}{g} \int_C \sigma(M') \frac{\partial G(M, M')}{\partial n_m} n_x(M') dy = \frac{\partial \phi_j}{\partial n} \quad (11)$$

สมการที่ (10) แสดงถึงความเป็นไปได้ถึงการหาค่าการกระจายตัวของ ϕ_j บนผิวของเรือ เมื่อทราบค่า σ จากสมการที่ (11)

สำหรับการศึกษาในครั้งนี้ได้เลือกใช้ Green function เป็นรูปแบบของ Guével and Bougis [9] เขียนอยู่ในรูป $\mathfrak{R}(G(M, M') \exp(i\omega_e t))$ โดย

$$G(M, M') = g_0 + g_1 + \text{conj}(g_2) \quad (12)$$

เมื่อ

$$g_0 = \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}}$$

$$g_1 = \frac{1}{\pi L} \int_0^{\pi/2} \frac{K_1[G_1(K_1\xi) + G_1(K_1\xi')] - K_2[G_1(K_2\xi) + G_1(K_2\xi')]}{\sqrt{1+4\tau \cos \theta}} d\theta$$

$$g_2 = \frac{1}{\pi L} \int_0^{\theta'_c} i \frac{Z_3[G_2(Z_3\xi) + G_2(Z_3\xi')] - Z_4[G_2(Z_4\xi) + G_2(Z_4\xi')]}{\sqrt{4\tau \cos \theta - 1}} d\theta$$

$$- \frac{1}{\pi L} \int_0^{\theta_c - \alpha_c} i \frac{Z_3[G_1(Z_3\xi) + G_1(Z_3\xi')] - Z_4[G_3(Z_4\xi) + G_3(Z_4\xi')]}{\sqrt{4\tau \cos \theta - 1}} d\theta$$

$$- \frac{1}{\pi L} \frac{2\pi K_c (1-i)(e^{K_c \xi_c} + e^{K_c \xi'_c})}{\sqrt{\tau \sin \theta_c}} \sqrt{\alpha_c}$$

$$+ \frac{1}{\pi L} \int_{\theta_c + \alpha_c}^{\pi/2} \frac{K_3[G_3(K_3\xi) + G_3(K_3\xi')] - K_4[G_1(K_4\xi) + G_1(K_4\xi')]}{\sqrt{1-4\tau \cos \theta}} d\theta$$

$$K_c = 4\hat{\omega}_e^2, \hat{\omega}_e = \omega_e \sqrt{L/g}$$

$$K_1 = \frac{1+2\tau \cos \theta - \sqrt{1+4\tau \cos \theta}}{2F_n^2 \cos^2 \theta} \quad K_2 = \frac{1+2\tau \cos \theta + \sqrt{1+4\tau \cos \theta}}{2F_n^2 \cos^2 \theta}$$

$$K_3 = \frac{1-2\tau \cos \theta - \sqrt{1-4\tau \cos \theta}}{2F_n^2 \cos^2 \theta} \quad K_4 = \frac{1-2\tau \cos \theta + \sqrt{1-4\tau \cos \theta}}{2F_n^2 \cos^2 \theta}$$

$$Z_3 = \frac{1-2\tau \cos \theta - i\sqrt{4\tau \cos \theta - 1}}{2F_n^2 \cos^2 \theta} \quad Z_4 = \frac{1-2\tau \cos \theta + i\sqrt{4\tau \cos \theta - 1}}{2F_n^2 \cos^2 \theta}$$

$$\xi \left. \begin{array}{l} \xi' \end{array} \right\} = \frac{1}{L} (z + z' + i[(x-x') \cos \theta \pm (y-y') \sin \theta]), \quad F_n = U/\sqrt{gL}$$

$$G_1(\chi) = \begin{cases} \exp(\chi) E_1(\chi) & \text{when } \Im(\chi) \geq 0 \\ \exp(\chi) [E_1(\chi) - i2\pi] & \text{when } \Im(\chi) < 0 \end{cases}$$

$$G_2(\chi) = \exp(\chi) E_1(\chi)$$

$$G_3(\chi) = \begin{cases} \exp(\chi) [E_1(\chi) + i2\pi] & \text{when } \Im(\chi) \geq 0 \\ \exp(\chi) E_1(\chi) & \text{when } \Im(\chi) < 0 \end{cases}$$

$$E_1(\chi) = \int_{\chi}^{\infty} \frac{\exp(-t)}{t} dt$$

ตารางที่ 1 ช่วงการอินทิเกรต

τ	θ_c	θ'_c	α_c
$\tau < 1/4$	0	0	0
$1/4 < \tau < 1/2$	$\arccos(1/4\tau)$	0	1.E-6
$1/2 < \tau$	$\arccos(1/4\tau)$	$\arccos(1/2\tau)$	1.E-6

หลังจากค่าศักยะ ϕ_j สมการที่ (10) ทราบค่า เราสามารถคำนวณหาค่าความดันจากสมการ Bernoulli ซึ่งเขียนเป็นสมการเชิงเส้นได้ดังนี้

$$p_j = -\rho \left(i\omega_e \phi_j - U \frac{\partial \phi_j}{\partial x} \right) \quad (13)$$

ค่าสัมประสิทธิ์มวลเพิ่ม (added mass coefficients, a_{jj}) และ ค่าสัมประสิทธิ์การหน่วง (damping coefficients, b_{jj}) อันเนื่องมาจากผลของปัญหา radiation หาได้จากสมการดังนี้

$$-\omega_e^2 a_{jj} + \omega_e b_{jj} = \iint_{s_j} P_j \cdot n_j dS \quad (14)$$

ค่า exciting forces อันเนื่องมาจากผลของปัญหา diffraction หาได้จากสมการดังนี้

$$X_j = \iint_{s_j} (P_0 + P_j) \cdot n_j dS \quad (15)$$

เมื่อ $j = 1, 2, \dots, 6$ ดังนั้นค่าการตอบสนองการเคลื่อนที่ของเรือ ζ_k หาได้จากสมการการเคลื่อนที่ของเรือดังนี้

$$\sum_{k=1}^6 [-\omega_e^2 (m_{jk} + a_{jk}) + i\omega_e b_{jk} + c_{jk}] \zeta_k = X_j \quad (16)$$

เมื่อ M_j คือ เมตริกของมวลเรือ และ C_j คือ เมตริกของ hydrostatic restoring (ดูจาก Faltinsen[11])

3. ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข

สมการอินทิกรัล (10) และ (11) สามารถที่จะคำนวณหาได้โดยใช้ระเบียบวิธีที่เรียกว่า panel method มีวิธีการดังนี้ ผิวของเรือจะถูกประมาณด้วยพานเซลล์เล็กๆ ต่อกันจำนวน N_B และสมมุติให้การกระจายตัวของ source σ มีขนาดคงที่บนแต่ละพานเซลล์ โดยที่สมการอินทิกรัลจะสอดคล้องที่ตำแหน่ง collocation point ซึ่งจะอยู่ที่จุดศูนย์กลางของ

แต่ละพาดล สมการอินทิกรัล (11) สามารถเขียนอยู่ในรูปของการ summation ได้ดังนี้

$$\sum_{j=1}^{N_g} \sigma_j A_j + \frac{U^2}{g} \sum_{j=1}^{N_f} n_{x_j} \sigma_j C_j = \frac{\partial \phi_i}{\partial n_i} \quad (17)$$

หลังจากหาผลเฉลยจากสมการ (17) ได้ ค่า ϕ_i บนแต่ละพาดล สามารถคำนวณได้จากสมการ (10) โดยเขียนอยู่ในเทอมของ summation ดังนี้

$$\phi_i = \frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^{N_g} \sigma_j B_j + \frac{U^2}{2\pi g} \sum_{j=1}^{N_f} n_{x_j} \sigma_j D_j \quad (18)$$

เมื่อ

$$A_j = \begin{cases} 2\pi & , i = j \\ \iint_{S_j} \frac{\partial G(M_i, M_j)}{\partial n_i} dS_j, & , i \neq j \end{cases} \quad (19)$$

$$B_j = \iint_{S_j} G(M_i, M_j) dS_j \quad (20)$$

$$C_j = \int_{c_j} \frac{\partial G(M_i, M_j)}{\partial n_j} dy_j \quad (21)$$

$$D_j = \int_{c_j} G(M_i, M_j) dy_j \quad (22)$$

ค่าสัมประสิทธิ์ของเมตริก A_j และ B_j เกี่ยวข้องกับการอินทิเกรตสมการ Green function บนพื้นผิวของเรือ โดยการหาค่าจะแยกการคิดออกเป็น 2 ส่วน คือ ส่วนแรกเกี่ยวข้องกับการคำนวณเทอม g_0 ของ Green function จะใช้การคำนวณแบบ analytical ได้รับการพัฒนาจากงานของ Delhommeau [12] ส่วนที่สองเกี่ยวข้องกับการคำนวณเทอม g_1 และ g_2 ของ Green function ซึ่งจะใช้วิธีการแปลงการอินทิเกรตจากพื้นผิวเป็นเส้นปิดรอบพื้นที่ ตามทฤษฎีของ Stoke'e theorem (ดู Delhommeau [12]) มีรูปแบบดังนี้

$$I_{BS} = \iint_S \frac{\partial^2 F(\chi)}{\partial \chi^2} dS = \frac{L}{K} \sum_{k=1}^m S_k \frac{F(\chi_{k+1}) - F(\chi_k)}{(\chi_{k+1} - \chi_k)} \quad (23)$$

$$\text{เมื่อ } \left. \begin{matrix} S_k \\ S'_k \end{matrix} \right\} = [(q \mp ir \sin \theta)(x'_{k+1} - x'_k) - (p - ir \cos \theta)(y'_{k+1} - y'_k)]$$

ค่า m คือจำนวนด้านของแต่ละพาดลในที่นี้ $m=4$

ส่วนค่าสัมประสิทธิ์ของเมตริก C_j และ D_j เกี่ยวข้องกับการอินทิเกรตสมการ Green function บนเส้นตัดรอบลำเรือที่ตำแหน่งผิวอิสระ สำหรับส่วนนี้ค่า g_0 จะที่ค่าเท่ากับ 0 เหลือเฉพาะเทอม g_1 และ g_2 ของ Green function โดยวิธีการอินทิเกรตก็หาได้จากสมการดังนี้

$$I_{FS} = \int_c F(\chi) dy = (y'_2 - y'_1) \frac{F(\chi_2) - F(\chi_1)}{(\chi_2 - \chi_1)} \quad (24)$$

การหาค่าเทอม Fourier integral ของ Green function เป็นปัญหาหลักของการศึกษาในครั้งนี้ เนื่องจากสมการมีความซับซ้อนยากต่อการหาผลเฉลยที่มีความถูกต้องแม่นยำ และค่อนข้างใช้เวลาในการคำนวณมาก เนื่องจากสมการจะมีพฤติกรรมการสั่นมากเมื่อค่า $z + z' \rightarrow 0$ ในที่นี้จะเลือกใช้การอินทิเกรตแบบ Clenshaw-Curtis integration [13] ซึ่งเป็นวิธีที่เหมาะสมกับการอินทิเกรตฟังก์ชันที่มีความถี่สูงๆ ดังนี้

$$I_N = \frac{b-a}{2} \sum_{s=0}^N A_s^{(N)} f\left(\frac{b-a}{2} \cos\left(\frac{S\pi}{N}\right) + \frac{b+a}{2}\right) \text{ เมื่อ } N \geq 2 \quad (25)$$

เมื่อ

$$A_0^{(N)} = A_N^{(N)} = \frac{1}{N^2 - 1}$$

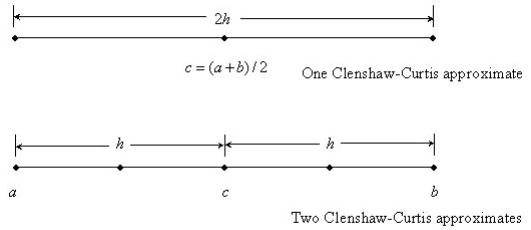
$$A_s^{(N)} = 2 \frac{N^2 - 1 - (-1)^s}{N(N^2 - 1)} - \frac{4}{N} \sum_{j=1}^{N/2-1} \frac{\cos(2jS\pi/N)}{4j^2 - 1}$$

$[a, b]$ คือ ช่วงของการอินทิเกรต, N คือ degree of Chebyshev polynomial โดยที่ $S = 0, \dots, N$

นอกจากการใช้การอินทิเกรตแบบ Clenshaw-Curtis integration แล้ว เวลาในการคำนวณก็ยังลดลงไม่มากนัก เพราะการอินทิเกรตแต่ละครั้ง จะต้องแบ่งช่วงการอินทิเกรต (subinterval) ค่อนข้างมาก สำหรับพฤติกรรมของ Green function จะสั่นมากๆ เป็นช่วงๆ ไม่ตลอดทั้งช่วง $[a, b]$ ดังนั้นเราสามารถที่จะลดเวลาในการคำนวณได้มากถ้าเลือกใช้การอินทิเกรตแบบ non-uniform subintervals หรือเรียกว่า adaptive integration และใช้การอินทิเกรตข้างต้นจึงเรียกรวมการอินทิเกรตแบบนี้ว่า Adaptive Clenshaw-Curtis integration [16] เป็นไปตามสมการดังนี้

$$I(a, b) = Q_{2h}(a, b) + \frac{1}{2^N - 1} (Q_{2h}(a, b) - Q_h(a, b)) \quad (26)$$

เมื่อ Q_{2h} คือ ผลการอินทิเกรตจากช่วง $[a, b]$, Q_h คือ ผลการอินทิเกรตจากช่วง $[a, c]$ รวมกับช่วง $[c, b]$ ดังรูปที่ 2

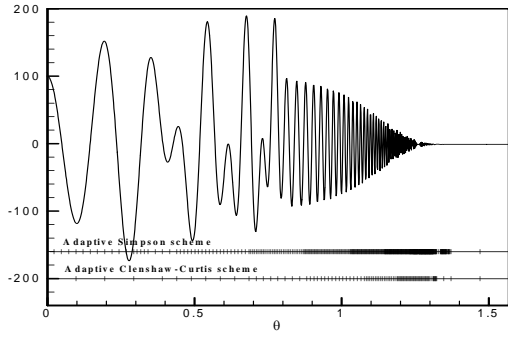


รูปที่ 2 การอินทิเกรตแบบ adaptive Clenshaw-Curtis

โดยมีสมการควบคุมค่าการอินทิเกรตดังนี้

$$\frac{1}{2^N - 1} |Q_{2h}(a, b) - Q_h(a, b)| < \varepsilon \quad (27)$$

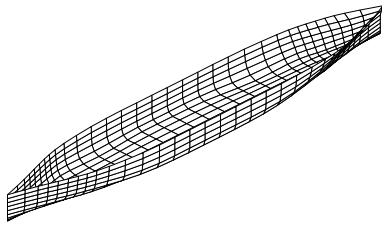
ถ้าการอินทิเกรตไม่เป็นไปตามสมการ (27) การอินทิเกรตก็จะถูกแบ่งช่วงการอินทิเกรตเป็น $[a, c]$ และ $[c, b]$ แล้วแยกการอินทิเกรตและทำการตรวจเช็คกับสมการ (27) โดยแทน ε ด้วย $\varepsilon/2$ ถ้ายังไม่สอดคล้องก็ทำการแบ่งครึ่งอีก และก็เช็คกับสมการ (27) เทียบกับค่า $\varepsilon/4$ ทั่วไปจนสอดคล้อง จะสังเกตเห็นได้ว่าค่า tolerance ทั้งช่วงรวมกันมีค่าเท่ากับ ε รูปที่ 3 แสดงช่วงในการอินทิเกรต และเปรียบเทียบกับการอินทิเกรตแบบ Adaptive Simpson 1/3 five-points ของ Nontakaew [8] ในที่นี้เลือกใช้ค่า $N = 6$ และ $\varepsilon = 0.001$ จะเห็นได้ว่า การอินทิเกรตแบบ Adaptive Simpson จะต้องแบ่งช่วงการอินทิเกรตถึง $n = 557$ ส่วนการอินทิเกรตแบบ adaptive Clenshaw-Curtis integration ใช้เพียง $n = 101$ เท่านั้น สามารถลดการคำนวณได้เป็นอย่างมาก และมีความถูกต้องสูง



รูปที่ 3 แสดงช่วงการอินทิเกรตของ g_1 ที่ $F_N = 0.2, \tau = 0.15$,
 $M(0, 0, -0.01), M'(1, 1, -0.01)$

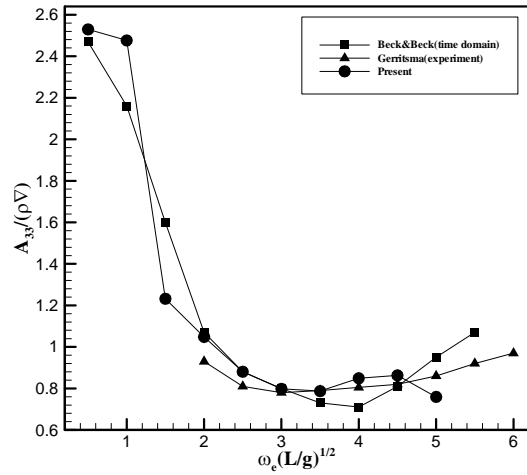
4. ผลการคำนวณ

เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของระเบียบวิธีข้างต้น เลือกใช้เรือบรรทุกสินค้า series-60 ($C_B = 0.7$) ดังรูปที่ 4

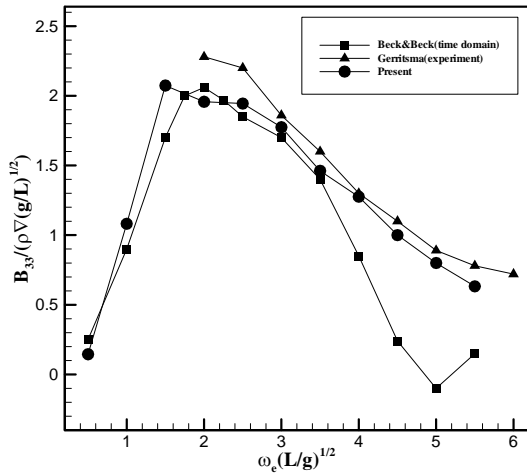


รูปที่ 4 512 พาเนลบนผิวเรือ Series-60 ($C_B = 0.7$)

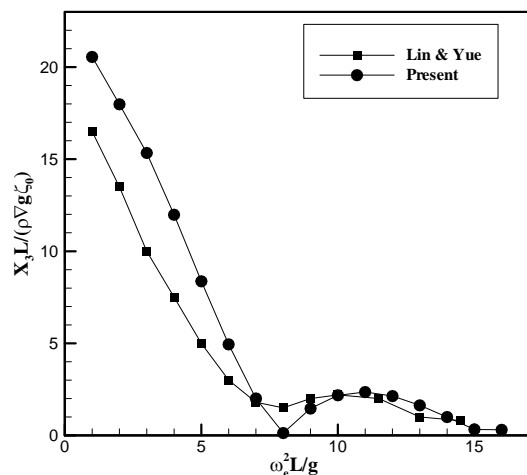
มีความยาว $L = 121.92$ m, ความกว้าง $B = 17.416$ m, กินน้ำลึก $D = 6.968$ m และปริมาตร $\nabla = 10356.9$ m³ แบ่งพาเนลบนผิวเรือเท่ากับ 512 พาเนล รูปที่ 4 แสดงค่าสัมประสิทธิ์มวลเพิ่มทิศทาง heave (A_{33}) และ รูปที่ 5 แสดงค่าสัมประสิทธิ์การหน่วงทิศทาง heave (B_{33}) ของ series-60 ($C_B = 0.7$) ที่ความเร็ว $F_N = 0.2$ เปรียบเทียบกับผลการทดลองของ Gerritsma [14] และผลการคำนวณบน time domain ของ Liapis&Beck [15] จะเห็นได้ว่า ผลการคำนวณมีความสอดคล้องกันเป็นอย่างดี ทั้งผลจากการทดลอง และ ผลจากการคำนวณแบบวิธีอื่น รูปที่ 6 แสดง Heave exciting force (X_3) ของ series-60 ที่ความเร็ว $F_N = 0.2$ และมุมเข้าปะทะ $\beta = 180^\circ$ เปรียบเทียบกับผลการคำนวณของ Lin&Yue [16] ผลการคำนวณมีความสอดคล้องกันเป็นอย่างดี โดยเฉพาะช่วงความถี่ที่เพิ่มสูงขึ้น รูปที่ 7 แสดง Heave motion (ζ_3) และ รูปที่ 8 แสดง Pitch motion (ζ_5) ของ series-60 ที่ความเร็ว $F_N = 0.2$ และมุมเข้าปะทะ $\beta = 180^\circ$ เปรียบเทียบกับผลการทดลองของ Gerritsma [14], ผลการคำนวณแบบ strip theory และ ผลการคำนวณวิธี Rankine method (SWAN) ของ Nakos&Sclavounos [17] ผลการคำนวณสอดคล้องกันเป็นอย่างดี



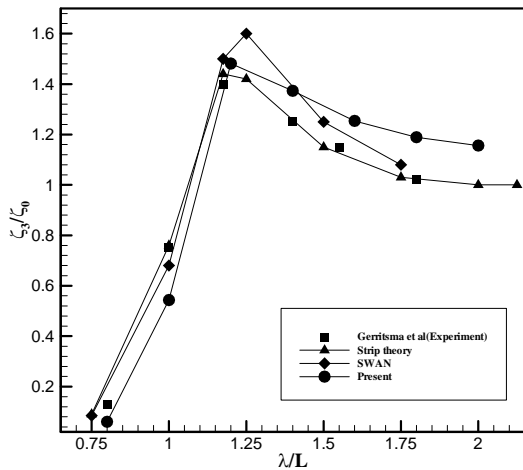
รูปที่ 4 สัมประสิทธิ์มวลเพิ่มของ series-60 ($C_B = 0.7$) $F_N = 0.2$



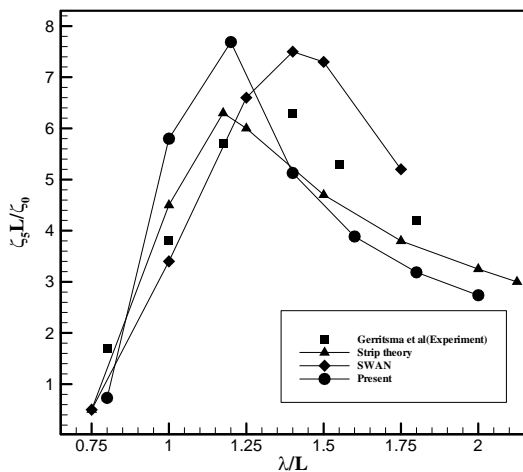
รูปที่ 5 สัมประสิทธิ์การหน่วงของ series-60 ($C_B = 0.7$) $F_N = 0.2$



รูปที่ 6 Heave exciting force ของ series-60 ที่ $F_N = 0.2, \beta = 180^\circ$



รูปที่ 7 Heave motion ของ series-60 ที่ $F_N = 0.2$ และ $\beta = 180^\circ$



รูปที่ 8 Pitch motion ของ series-60 ที่ $F_N = 0.2$ และ $\beta = 180^\circ$

5. สรุป

การทำนายการเคลื่อนที่ของเรือ โดยใช้ระเบียบวิธี BEM แบบ Kelvin singularity ได้รับการพัฒนาให้มีประสิทธิภาพสูง โดยเฉพาะวิธีการอินทิเกรต Green function แบบ adaptive Clenshaw-Curtis integration สามารถช่วยลดเวลาการคำนวณอย่างมาก เนื่องจากการอินทิเกรตแบบนี้เหมาะกับฟังก์ชันที่มีความถี่สูง และต่อเนื่องในช่วงของการอินทิเกรต อย่างเช่น Green function ที่ใช้ในครั้งนี้

6. กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์วิทยาเขตกระบี่ ที่ให้ทุนสนับสนุนในการศึกษาระดับปริญญาโท-เอก

เอกสารอ้างอิง

- [1] B.Kovin-Kroukovsky and W.Jacobs. "Pitching and heaving motions of ship in regular wave." *Trans. SNAME* 65(1957).
- [2] Tuck, E.O. and Faltinsen, O. "Ship motions and sea loads." *SNAME* 78 (1970): 250-287.

- [3] J. Hess and A.Smith. "Calculation of non lifting potential flow about arbitrary three-dimensional bodies." *J. Ship Res.* 8 (2, 1964) : 22-44.
- [4] C.W. Dawson. "A practical computer method for solving ship-wave problems." *Proceedings of the 2nd International Conference on Numerical Ship Hydrodynamics*. Berkeley, CA. (1977).
- [5] J.V. Wehausen and E.V. Laitone. "Surface waves." *Handbuch der Physik*. Berlin, Springer Verlag. 9 (1960) : 446-778.
- [6] M. Bessho. "On the fundamental singularity in the theory of ship motions in a seaway." *Memoirs of the defense academy Japan*. 17(1997) : 95-105.
- [7] M. Ba and M. Guibaud. "A fast method of evaluation for the translating and pulsating Green's function." *Ship technology research*. 42 (1995) : 68-80.
- [8] U. Nontakaew. "Étude théorique et expérimentale du problème de radiation d'ondes par une plaque plane en oscillations forcées avec vitesse d'avance." Thèse de Doctorat, Université de Poitiers, 1996.
- [9] P. Guével and J. Bougis. "Ship motions with forward speed in infinite depth." *International Shipbuilding Prog.* 29 (1982).
- [10] Y. Tiaple. "Prediction of waveload on ship advancing under non-inertial effect using adaptive numerical integration of Green's function" Ph.D. thesis, King Mongkut's Institute of technology North Bangkok, 2003
- [11] O.M. Faltinsen. "Sea loads on ships and offshore structures". Cambridge University, 1995.
- [12] G. Delhommeau. "Les problèmes de diffraction-radiation et de résistance de vagues: étude théorique et résolution numérique par la méthode des singularités." Thèse de Doctorat-ès-Sciences, Nantes, 1987.
- [13] G. Engeln-Müllges and F. Uhlig. "Numerical algorithms with fortran." Berlin Heidelberg : Springer-Verlag, 1996.
- [14] Gerritsma, J. "Distribution of hydrodynamic forces along the length of a ship model in waves." Report No. 144, Thechnological University of Delft, Delft, Netherlands, (1966).
- [15] S. Liapis and R.F. Beck. "Seakeeping computation using time-domain analysis." Report, University of Michigan, Ann Arbor, Michigan, (1986).
- [16] W. Lin and D. Yue. "Numerical solutions for large-amplitude ship motions in the time domain." *Proc. 18th Symp. Naval Hydro.* (1991) : 41-66.
- [17] D. Nakos and P.D. Sclavounos. "Ship motions by three-dimensional rankine panel method." *In Proceedings of the 18th Symposium on Naval Hydrodynamics*. Ann Arbor, Michigan, (1990) : 21-41.