

การคำนวณการถ่ายเทความร้อนของแผ่นกลมวางบนพื้น  
โดยวิธีไฟไนต์รีซิสแทนซ์ด้วยชิ้นส่วนแบบทรงกระบอกกลวง  
Calculating Heat Transfer of a Circular Disk on Semi-infinite Medium  
By Finite Resistance Method with Hollow Cylindrical Elements

ประเสริฐ อินประเสริฐ  
ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยสยาม  
235 ถนนเพชรเกษม เขตภาษีเจริญ กรุงเทพฯ 10163  
โทร. 457-0068 ต่อ 121, โทรสาร 457-3982, อีเมล Prasert\_Inp@yahoo.com

Prasert Inprasert  
Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Siam University  
235 Petkasem Road, Phasicharoen, Bangkok 10163  
Tel: 457-0068 Ext 121, Fax: 457-3982, E-Mail: Prasert\_Inp@yahoo.com

**บทคัดย่อ**

บทความนี้นำเสนอการคำนวณการถ่ายเทความร้อนโดยวิธีไฟไนต์รีซิสแทนซ์ด้วยชิ้นส่วนแบบทรงกระบอก เพื่อลดจำนวนชิ้นลงในการคำนวณปัญหาแบบ 3 มิติในพิกัดฉากเป็น 2 มิติในพิกัดทรงกระบอก โดยการแบ่งวัสดุออกเป็นชิ้นเล็กๆรูปทรงกระบอกตันและทรงกระบอกกลวงซ้อนกันจำนวนมาก แล้วรวมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของตัวต้านทานการนำความร้อนทั้งแบบทรงกระบอกตันและทรงกระบอกกลวงมาประกอบเข้าด้วยกัน ใช้โปรแกรมมัลติซิมคำนวณแบบจำลองความต้านทานนี้เปรียบเทียบกับทฤษฎีของการนำความร้อนที่ใช้ค่าเซฟแฟคเตอร์ในการคำนวณเพื่อหาค่าความผิดพลาดของอัตราการถ่ายเทความร้อนที่เกิดขึ้น เมื่อกำหนดให้วัตถุแผ่นกลมมีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 24 mm อุณหภูมิผิว 400 K วางอยู่บนผิวแก้วที่มีพื้นผิวกว้างและหนามาก ผิวหน้าแก้วมีอุณหภูมิ 300 K และค่าสภาพการนำความร้อนของแก้ว 0.7 W/m.°C เมื่อแบ่งเนื้อแก้วเป็นชิ้นเล็กจำนวน 588 ชิ้น ปรากฏว่ามีความผิดพลาด -3.87 % จากค่าความผิดพลาดแสดงให้เห็นว่าแบบจำลองความต้านทานทางความร้อนแบบชิ้นส่วนทรงกระบอกนี้สามารถคำนวณโดยวิธีไฟไนต์รีซิสแทนซ์ได้ ซึ่งจะมีประโยชน์ในการแก้ปัญหากรณีการถ่ายเทความร้อน 3 มิติ ที่มีรูปร่างใกล้เคียงทรงกระบอกได้

**คำสำคัญ:** ไฟไนต์รีซิสแทนซ์, ทฤษฎีเซฟแฟคเตอร์, ชิ้นส่วนทรงกระบอกกลวง

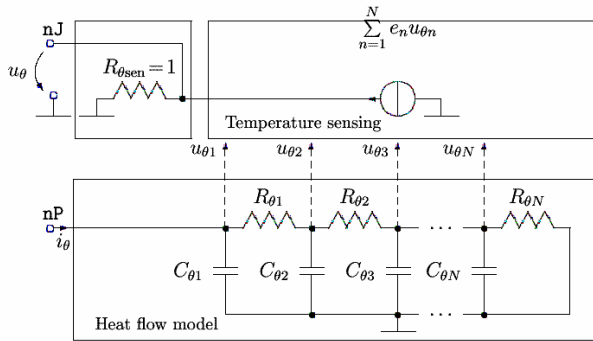
**Abstract**

This paper presents to calculate heat transfer by finite resistance method with hollow cylindrical elements for reduce elements on 3D calculate in cartesian coordinate to be 2D calculate in cylindrical coordinate. By divide a material to many small cylindrical elements and overlap hollow cylindrical elements, combine a mathematical model of cylindrical conduction resistances and hollow cylindrical conduction resistances to a thermal network. Using MALTISIM software to calculate this network and compare with conduction shape factor theory to find an error of heat transfer rate. The calculation let a circular disk 24 mm diameter with surface temperature 400 K lay on a glass with vary large surface and semi-finite thickness. Let the glass have surface temperature 300 K and thermal conductivity 0.7 W/m.°C. The case of divide glass to 588 elements having an error result -3.87 %. From an error result show that this hollow cylindrical resistance model can be calculated by finite resistance method. It can be useful to solve a 3D heat transfer problem which a shape look like a cylinder.

**Keyword:** finite resistance method, shape factor theory, hollow cylindrical element

1. บทนำ

วิธีไฟไนต์รีซิสแทนซ์เป็นการคำนวณการถ่ายเทความร้อนซึ่งผสมผสานแนวคิดมาจากวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์และเทอร์มอลรีซิสแทนซ์ประกอบเข้าด้วยกัน[5][8] ซึ่งในการแก้ปัญหาการถ่ายเทความร้อน 1 มิติในสภาวะคงตัวแสดงให้เห็นว่าวิธีการนี้สามารถนำไปใช้ได้และให้ค่าความถูกต้องมากขึ้นเมื่อแบ่งจำนวนชิ้นมากขึ้น [1] สำหรับการคำนวณการถ่ายเทความร้อนในสภาวะแปรเปลี่ยนได้มีการใช้โปรแกรมคำนวณวงจรไฟฟ้ามาคำนวณวงจรความร้อน [9] ดังรูปที่ 1

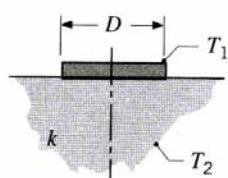


รูปที่ 1 วงจรไฟฟ้าของ Heat source ด้านล่าง สำหรับการคำนวณอุณหภูมิให้กับตัวเซนเซอร์ที่อยู่ด้านบน [9]

สำหรับบางกรณีจะใช้ทั้งสองวงจรคำนวณร่วมกันเนื่องจากการไหลของไฟฟ้ามีผลให้เกิดความร้อนในวงจรและความร้อนที่เกิดขึ้นในวงจรมีผลต่อการไหลของกระแสไฟฟ้าเช่นกัน[7] สำหรับการคำนวณแก้ปัญหาการถ่ายเทความร้อน 2 มิติได้คำนวณเปรียบเทียบความถูกต้องแล้วกับวิธีเซฟฟแลคเตอร์ [2]

บทความนี้จะนำเสนอกรณีปัญหาการคำนวณถ่ายเทความร้อนที่เมื่อแบ่งชิ้นส่วนย่อยเป็นแบบลูกบาศก์ในพิกัดแกนตั้งฉาก (Cartesian coordinate) จะเป็นปัญหาแบบ 3 มิติ แต่ถ้านำชิ้นส่วนย่อยทรงกระบอกในพิกัดทรงกระบอก (Cylindrical coordinate) มาใช้ ทำให้เป็นปัญหาแบบ 2 มิติได้ ซึ่งการนำชิ้นส่วนย่อยทรงกระบอกมาใช้มีผลให้ลดจำนวนชิ้นย่อยแบบลูกบาศก์ในพิกัดแกนตั้งฉากลงได้จำนวนมาก และมีผลให้เวลาในการคำนวณน้อยลง เหมาะสำหรับปัญหาบางกรณีที่ผิวมีความโค้งกลมหรือความกว้างไม่จำกัด

การคำนวณทดสอบความแม่นยำของแบบจำลองความต้านทานโดยการแบ่งวัสดุออกเป็นชิ้นเล็ก ๆ รูปทรงกระบอกตันและทรงกระบอกกลวงซ้อนกันจำนวนมากนี้ใช้กับพื้นที่ที่มีความหนาและบริเวณกว้างไม่จำกัด โดยมีแผ่นกลมวางที่ผิวด้านบน กำหนดให้ทั้งสองชั้นมีอุณหภูมิผิวที่แตกต่างกันเพื่อให้เกิดให้การถ่ายเทความร้อน แล้วทำการเปรียบเทียบกับผลการคำนวณจากตารางเซฟฟแลคเตอร์ในกรณีของ Disk on a semi-infinite medium ดังรูปที่ 2



รูปที่ 2 แผ่นกลมวางบนพื้น (Disk on a semi-infinite medium)[3]

2. ทฤษฎีการถ่ายเทความร้อน 2 มิติ โดยใช้เซฟฟแลคเตอร์

ในที่นี้จะกล่าวถึงการคำนวณการถ่ายเทความร้อนสำหรับแผ่นกลมวางบนพื้น[3]

2.1 สมการการคำนวณอัตราการถ่ายเทความร้อน

อัตราการถ่ายเทความร้อนระหว่างผิววัสดุทั้ง 2 ด้านคำนวณได้ดังนี้

$$\dot{Q} = Sk(T_2 - T_1) \tag{1}$$

- เมื่อ  $\dot{Q}$  - อัตราการถ่ายเทความร้อน (W)
- S - เซฟฟแลคเตอร์ของการนำความร้อนเนื้อวัสดุ (m)
- k - สภาพการนำความร้อนเนื้อวัสดุ (W/m.°C)
- $T_1, T_2$  - อุณหภูมิผิววัสดุ 2 ด้าน โดยที่มีการกระจายอุณหภูมิเท่ากันตลอดผิว (Uniform temperature) (°C)

2.2 ค่าเซฟฟแลคเตอร์

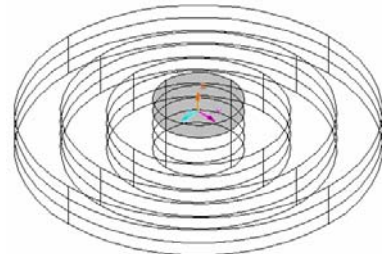
จากตารางเซฟฟแลคเตอร์ในกรณีของ Circular disk on a semi-infinite medium [3]

$$S = 2D \tag{2}$$

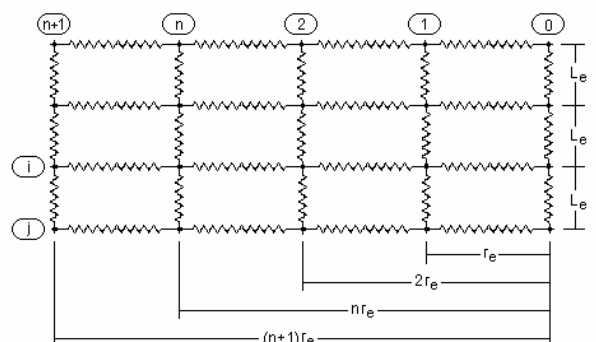
เมื่อ D - เส้นผ่าศูนย์กลางแผ่นกลม (m)

3. การวิเคราะห์แบบวิธีไฟไนต์รีซิสแทนซ์

บทความนี้ทำการการแบ่งวัสดุออกเป็นชิ้นเล็ก ๆ รูปทรงกระบอกตันเป็นแกนกลางและทรงกระบอกกลวงวางซ้อนกันจำนวนมาก แสดงดังรูปที่ 3



รูปที่ 3 แผ่นกลมวางบนพื้นที่แบ่งออกเป็นชิ้นย่อยทรงกระบอกกลวง 9 อัน โดยมีแกนกลางเป็นทรงกระบอกตัน 3 อัน ซ้อนกัน สามารถแปลงชิ้นส่วนย่อยทรงกระบอกที่ได้แบ่งไว้ในรูปที่ 3 เป็นตัวต้านทานความร้อนดังรูปที่ 4

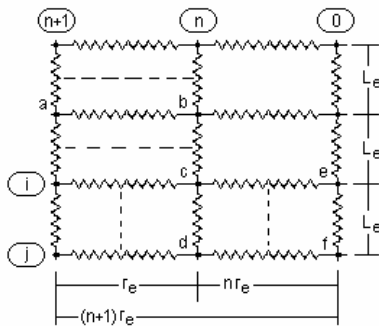


รูปที่ 4 Thermal Network ภายในเนื้อวัสดุเมื่อแบ่งเป็นทรงกระบอกกลวง 3 อันต่อชั้น โดยมีแกนกลางเป็นทรงกระบอกตัน 1 อันต่อชั้น

กำหนดให้การถ่ายเทความร้อนจากผิวทรงกระบอกกึ่งวงด้านในมายังผิวด้านนอกมีได้ 2 แนวคือที่ขอบด้านบนและขอบด้านล่าง และกำหนดให้การถ่ายเทความร้อนจากขอบด้านบนมายังขอบด้านล่างของทรงกระบอกกึ่งวงมีได้ 2 แนวคือที่ผิวด้านนอกและผิวด้านใน โดยทรงกระบอกกึ่งวงชั้นเล็ก ๆ แต่ละชั้นมีความยาว  $L_e$  เท่ากันหมดซึ่งผลที่ได้จะเรียงตัวกันเป็นชั้นความหนา  $L_e$  นั้นเอง กำหนดให้รัศมีทรงกระบอกกึ่งวงชั้นในสุดมีขนาดเท่ากับรัศมีทรงกระบอกตัน  $r_e$  และให้ความหนาทรงกระบอกกึ่งวงทุกชั้นมีขนาด  $r_e$  เท่ากันหมด

### 3.1 ตัวต้านทานการนำความร้อนในเนื้อวัสดุ

ค่าความต้านทานความร้อนในเนื้อวัสดุมีได้ 4 รูปแบบคือการนำความร้อนในแนวรัศมีทรงกระบอกกึ่งวง, การนำความร้อนในแนวรัศมีทรงกระบอกตัน, การนำความร้อนในแนวแกนทรงกระบอกกึ่งวง และ การนำความร้อนในแนวแกนทรงกระบอกตัน ดังรูปที่ 5



รูปที่ 5 การถ่ายเทความร้อนในเนื้อวัสดุ ที่บริเวณต่างๆ

#### 3.1.1 ความต้านทานความร้อนในเนื้อวัสดุในแนวรัศมีทรงกระบอกกึ่งวง

พิจารณาการถ่ายเทความร้อนระหว่างผิวทรงกระบอกแนวที่  $n+1$  ที่จุด a และผิวทรงกระบอกแนวที่  $n$  ที่จุด b ในกรอบเส้นประของรูปที่ 5 เพื่อหาค่าความต้านทานความร้อน ได้ค่าดังนี้ [6]

$$R_{HCCond, inside radial} = \frac{\ln(r_{n+1}/r_n)}{2\pi k L_e} = \frac{\ln[(n+1)/n]}{2\pi k L_e} \quad (3)$$

เมื่อ  $R_{HCCond, inside radial}$  - ความต้านทานความร้อนในเนื้อวัสดุของทรงกระบอกกึ่งวงในแนวรัศมี ( $^{\circ}C/W$ )

$r_{n+1}, r_n$  - รัศมีด้านนอก และรัศมีด้านใน Element (m) ชนิดทรงกระบอกกึ่งวงที่  $n$

$n$  - หมายเลขทรงกระบอกกึ่งวง ดูรูปที่ 5

$k$  - สภาพการนำความร้อน ( $W/m \cdot ^{\circ}C$ )

$L_e$  - ความยาว Element (m)

#### 3.1.2 ความต้านทานความร้อนในเนื้อวัสดุในแนวรัศมีทรงกระบอกตัน

พิจารณาการถ่ายเทความร้อนระหว่างผิวทรงกระบอกตันแนวที่ 1 และแกนกลางทรงกระบอกตันแนวที่ 0 ของรูปที่ 4 เพื่อหาค่าความต้านทานความร้อน เนื่องจากพื้นที่ผิวของแกนกลางทรงกระบอกมีค่าเป็น 0 ดังนั้นจึงไม่สามารถใช้สูตรการนำความร้อนของทรงกระบอกกึ่งวงได้ จึงกำหนดให้อุณหภูมิที่แกนกลางของทรงกระบอกเท่ากับ

อุณหภูมิที่ผิว(Uniform temperature) นั่นคือความต้านทานความร้อนค่าเท่ากับศูนย์ จึงได้ค่าดังนี้

$$R_{SCCond, inside radial} = 0 \quad (4)$$

เมื่อ  $R_{SCCond, inside radial}$  - ความต้านทานความร้อนในเนื้อวัสดุของทรงกระบอกตันในแนวรัศมี ( $^{\circ}C/W$ )

#### 3.1.3 ความต้านทานความร้อนในเนื้อวัสดุในแนวแกนทรงกระบอกกึ่งวง

พิจารณาการถ่ายเทความร้อนแนวที่  $n$  ระหว่างผิวทรงกระบอกด้านบนของชั้น  $i$  จุด c และผิวทรงกระบอกด้านล่างของชั้น  $j$  ที่จุด d ในกรอบเส้นประของรูปที่ 5 เพื่อหาค่าความต้านทานความร้อน ได้ค่าดังนี้ [4]

$$R_{HCCond, inside length} = \frac{L_e}{k A_n} = \frac{L_e}{k \pi (r_{n+1/2}^2 - r_{n-1/2}^2)} = \frac{L_e}{2n\pi k r_e^2} \quad (5)$$

เมื่อ  $R_{HCCond, inside length}$  - ความต้านทานความร้อนในเนื้อวัสดุของทรงกระบอกกึ่งวงในแนวแกน ( $^{\circ}C/W$ )

$A_n$  - พื้นที่ในแนวตั้งฉากการถ่ายเทความร้อน ( $m^2$ )

$r_e$  - รัศมีทรงกระบอกตัน(m)

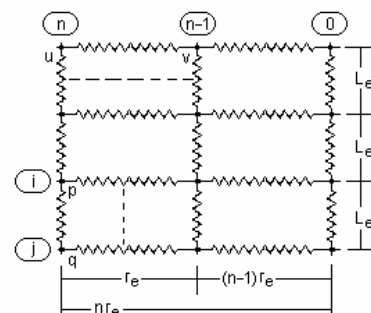
#### 3.1.4 ความต้านทานความร้อนในเนื้อวัสดุในแนวแกนทรงกระบอกตัน

พิจารณาการถ่ายเทความร้อนแนวที่ 0 ระหว่างผิวทรงกระบอกด้านบนของชั้น  $i$  ที่จุด e และผิวทรงกระบอกด้านล่างของชั้น  $j$  ที่จุด f ในกรอบเส้นประของรูปที่ 5 เพื่อหาค่าความต้านทานความร้อน ได้ค่าดังนี้ [4]

$$R_{SCCond, inside length} = \frac{L_e}{k A_n} = \frac{4L_e}{\pi k r_e^2} \quad (6)$$

เมื่อ  $R_{SCCond, inside length}$  - ความต้านทานความร้อนในเนื้อวัสดุของทรงกระบอกตันในแนวแกน ( $^{\circ}C/W$ )

### 3.2 ตัวต้านทานการนำความร้อนบริเวณขอบวัสดุ



รูปที่ 6 การถ่ายเทความร้อนบริเวณขอบเนื้อวัสดุที่บริเวณต่างๆ จากรูปที่ 6 ค่าความต้านทานความร้อนบริเวณขอบวัสดุมีไว้สำหรับการถ่ายเทความร้อนที่ผิวเพื่อแลกเปลี่ยนความร้อนกับวัสดุหรือ

ตัวกลางอื่นๆ มีได้ 3 รูปแบบคือการถ่ายเทความร้อนในแนวแกน ทรงกระบอกกลวง, การถ่ายเทความร้อนในแนวรัศมีทรงกระบอกกลวง และการถ่ายเทความร้อนในแนวรัศมีทรงกระบอกตัน

**3.2.1 ความต้านทานความร้อนในเนื้อวัสดุในแนวแกนทรงกระบอกกลวง**

พิจารณาการถ่ายเทความร้อนบริเวณขอบวัสดุแนวที่ n ระหว่างผิวทรงกระบอกด้านบนของชั้น i ที่จุด p และผิวทรงกระบอกด้านล่างของชั้น j ที่จุด q ในรอบเส้นประของรูปที่ 6 เพื่อหาค่าความต้านทานความร้อน ได้ค่าดังนี้ [4]

$$R_{HCCCond,edge\ length} = \frac{L_e}{k A_n} = \frac{L_e}{k \pi (r_n^2 - r_{n-1/2}^2)} = \frac{L_e}{(n-0.25)\pi k r_e^2} \quad (7)$$

เมื่อ  $R_{HCCCond,edge\ length}$  – ความต้านทานความร้อนขอบวัสดุของทรงกระบอกกลวงในแนวแกน(°C/W)

**3.2.2 ความต้านทานความร้อนขอบเนื้อวัสดุในแนวรัศมีทรงกระบอกกลวง**

พิจารณาการถ่ายเทความร้อนขอบวัสดุระหว่างผิวทรงกระบอกแนวที่ n ที่จุด u และผิวทรงกระบอกแนวที่ n-1 ที่จุด v ในรอบเส้นประของรูปที่ 6 เพื่อหาค่าความต้านทานความร้อน จะเห็นได้ว่าเนื้อวัสดุบริเวณขอบมีเพียงครึ่งหนึ่งเมื่อเทียบการนำความร้อนภายในเนื้อวัสดุ ดังนั้นค่าความต้านทานจึงเป็น 2 เท่าของความต้านทานภายในจะได้ค่าดังนี้

$$R_{HCCCond,edge\ radial} = 2 * R_{HCCCond,inside\ radial} = \frac{\ln[(n+1)/n]}{\pi k L_e} \quad (8)$$

เมื่อ  $R_{HCCCond,edge\ radial}$  – ความต้านทานความร้อนขอบวัสดุของทรงกระบอกกลวงในแนวรัศมี(°C/W)

**3.2.3 ความต้านทานความร้อนขอบเนื้อวัสดุในแนวรัศมีทรงกระบอกตัน**  
 ให้พิจารณาความต้านทานความร้อนเช่นเดียวกับในเนื้อวัสดุแนวรัศมีทรงกระบอกตัน จะมีค่าเท่ากับศูนย์ ได้ค่าดังนี้

$$R_{SCCCond,edge\ radial} = 0 \quad (9)$$

เมื่อ  $R_{SCCCond,edge\ radial}$  – ความต้านทานความร้อนขอบวัสดุของทรงกระบอกตันในแนวรัศมี(°C/W)

**4.การคำนวณเปรียบเทียบ**

กำหนดให้วัสดุแผ่นกมลมีอุณหภูมิผิว(T<sub>1</sub>) 400 K วางอยู่บนผิวแก้ว (Glass,Lead or window) ที่มีบริเวณกว้างมาก กำหนดให้แก้วมีความหนา(Simi-infinite depth) ผิวหน้าของแก้วมีอุณหภูมิ(T<sub>2</sub>) 300 K และค่าสภาพการนำความร้อนของแก้ว(k) 0.7 W/m. °C[7]

**4.1 คำนวณโดยใช้เซฟแฟคเตอร์**

มีขั้นตอนการคำนวณดังนี้

- 1.คำนวณค่าเซฟแฟคเตอร์ จากสมการที่ (2)
- 2.คำนวณอัตราการถ่ายเทความร้อนระหว่างวัตถุแผ่นกมลกับแก้ว จากสมการที่ (1)

ตารางที่ 1 รายการคำนวณวัสดุแผ่นกมลขนาดต่างๆ โดยวิธีเซฟแฟคเตอร์

รายการคำนวณ	D = 12 mm	D = 18 mm	D = 24 mm
S(m)	0.0024	0.0036	0.0048
$\dot{Q}$ (W)	1.680	2.520	3.360

**4.2 คำนวณด้วยวิธีไฟไนต์ริซีสแทนซ์**

มีขั้นตอนการคำนวณดังนี้

- 1.กำหนดให้แกนกลางทรงกระบอกตันของแก้วที่จะแบ่งอยู่แนวเดียวกับแกนกลางแผ่นกมลที่วางอยู่ด้านบนดังรูปที่ 3

2.แบ่งแก้วออกเป็นชั้นๆตามความลึกโดยแต่ชั้นหนา(L<sub>e</sub>) 1 mm. จำนวน 28 ชั้น แต่ละชั้นจะแบ่งเป็นชั้นวงแหวน เริ่มต้นแบ่งชั้นแรกที่มีรัศมี(r<sub>e</sub>=r<sub>1</sub>) 3 mm. ที่บริเวณผิวทรงกระบอกตันพอดี เพื่อให้ง่ายต่อการคำนวณกำหนดการเพิ่มรัศมีวงแหวนคงที่ตลอดโดยมีความหนาทรงกระบอก(r<sub>i</sub>=r<sub>1</sub>=r<sub>e</sub>) 3 mm.ทุกชั้น แบ่งไปจนได้จำนวน 20 ชั้น r<sub>2</sub>=r<sub>1</sub>+r<sub>i</sub>= 3 mm., r<sub>3</sub>=r<sub>1</sub>+2r<sub>i</sub>= 9 mm.....,r<sub>21</sub>=r<sub>1</sub>+20\*r<sub>i</sub>= 63 mm.ในแต่ละชั้นเหมือนกันหมด โดยชั้นวงแหวนที่แบ่งได้แต่ละวงของแต่ละชั้นจะมีค่าหนา 1 mm. เมื่อมองเป็นชั้นทรงกระบอกกลวงจะได้ชั้นทรงกระบอกกลวงที่มีรัศมีนอกมากกว่ารัศมีใน(r<sub>i</sub>=r<sub>1</sub>=r<sub>e</sub>) 3 mm.ทุกชั้น และมีความยาวทรงกระบอก(L) 1 mm. ดังนั้นจะได้ชั้นย่อยแบบทรงกระบอกกลวงจำนวน 560 ชั้น นอกจากนี้ยังมีชั้นย่อยรูปทรงกระบอกตันที่มีรัศมี(r<sub>e</sub>=r<sub>1</sub>) 3 mm. อีกจำนวน 28 ชั้น รวมทั้งสิ้น 588 ชั้น

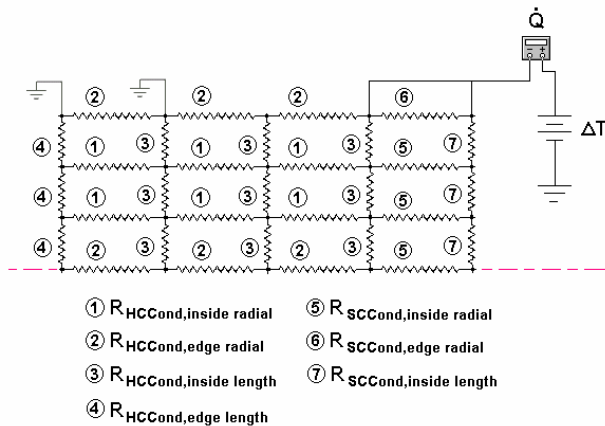
3.คำนวณค่าความต้านทานความร้อนในเนื้อวัสดุในแนวรัศมีของแต่ละชั้นย่อย จาก(4)  $R_{SCCCond0-1,inside\ radial}=0$  °C/W จาก(3) เช่น  $R_{HCCCond1-2,inside\ radial}=157.5968572519$  °C/W,  $R_{HCCCond20-21,inside\ radial}=11.09313685976$  °C/W

4.คำนวณความต้านทานความร้อนบริเวณขอบวัสดุในแนวรัศมี จาก(9)  $R_{SCCCond0-1,edge\ radial}=0$  °C/W จาก(8) เช่น  $R_{HCCCond1-2,edge\ radial}=315.1937145038$  °C/W,  $R_{HCCCond20-21,edge\ radial}=22.18627371951$  °C/W

5.คำนวณความต้านทานความร้อนในแนวแกนทรงกระบอกซึ่งเป็นความต้านทานความร้อนในแต่ละชั้นวัสดุ จาก(9)  $R_{SCCCond0i-0j,inside\ length}=202.101515$  °C/W จาก(5) เช่น  $R_{HCCCond1i-1j,inside\ length}=25.26268938$  °C/W,  $R_{HCCCond20i-20j,inside\ length}=1.263134469$  °C/W

6.คำนวณความต้านทานความร้อนบริเวณขอบวัสดุในแนวแกนทรงกระบอก จาก(7)  $R_{HCCCond21i-21j,edge\ length}=2.434958012$  °C/W

7.เขียนตัวต้านทานลงใน Electronic work sheet ในโปรแกรมมัลติซิม แต่อย่างไรก็ตามสามารถใช้โปรแกรมสำเร็จรูปวิเคราะห์วงจรไฟฟ้าอื่นๆได้เช่นกัน แสดงดังรูปที่ 7



รูปที่ 7 วงจรไฟฟ้าในโปรแกรมมัลติซิม เมื่อแบ่งเป็นทรงกระบอกกลาง 3 อันต่อชั้น โดยมีแกนกลางเป็นทรงกระบอกตัน 1 อันต่อชั้น จำนวน 3 ชั้น รวมทั้งสิ้น 12 element

8. คำนวณอัตราการถ่ายเทความร้อน ซึ่งค่ากระแสไฟฟ้าที่ได้คือ อัตราการถ่ายเทความร้อนนั่นเอง ผลที่ได้จากการคำนวณโดยใช้โปรแกรมเป็นดังนี้

ตารางที่ 2 รายการคำนวณวัตต์ถูกแผ่นกลมขนาดต่างๆ โดยวิธีไฟไนต์รีซิสแทนซ์

รายการคำนวณ	D = 12 mm	D = 18 mm	D = 24 mm
Element(ชิ้น)	588	588	588
$\dot{Q}$ (W)	1.773	2.503	3.23

## 5. วิเคราะห์ผล

จากค่าความผิดพลาดที่แตกต่างจากทฤษฎี(%Error) โดยนำตารางที่ 2 มาหาค่าแตกต่างจากตารางที่ 1 ได้ค่าความผิดพลาดดังนี้ ตารางที่ 3 แสดงค่าความผิดพลาดที่แผ่นกลมขนาดต่างๆ

รายการคำนวณ	D = 12 mm	D = 18 mm	D = 24 mm
Error(%)	5.53571	-0.6746	-3.86904

จากค่าเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดประมาณ 5 % เท่านั้น เป็นค่าที่ยอมรับได้ในเชิงวิศวกรรม แสดงให้เห็นว่าแบบจำลองความต้านทานทางความร้อนแบบชิ้นส่วนทรงกระบอกนี้สามารถคำนวณโดยวิธีไฟไนต์รีซิสแทนซ์ได้

## 6. สรุป

เมื่อกำหนดให้วัตถุแผ่นกลมมีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 24 mm อุณหภูมิผิว 400 K วางอยู่บนผิวแก้วที่มีพื้นผิวกว้างมาก กำหนดให้แก้วมีความหนา 300 K และค่าสภาพการนำความร้อนของแก้ว 0.7 W/m<sup>o</sup>C เมื่อแบ่งเนื้อแก้วเป็นชั้นย่อยแบบทรงกระบอกกลางจำนวน 560 ชั้น และชั้นย่อยรูปทรงกระบอกตันจำนวน 28 ชั้น ประกอบเข้าด้วยกันรวมทั้งสิ้น 588 ชั้น ปรากฏว่ามีความผิดพลาด -3.87 % จากค่าเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดแสดงให้เห็นว่าแบบจำลองความต้านทานทางความร้อนแบบชิ้นส่วนทรงกระบอกนี้สามารถคำนวณโดยวิธีไฟไนต์รีซิสแทนซ์ได้ ซึ่งจะมีประโยชน์ในการแก้ปัญหาการถ่ายเทความร้อน 3 มิติ ที่มีรูปร่างใกล้เคียงทรงกระบอกสามารถคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์รีซิสแทนซ์ 2 มิติ

นอกจากนี้สูตรที่ใช้หาค่าเซฟแฟคเตอร์เป็นสูตรที่ได้จากการทดลอง(Empirical formula)หรือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยวิธีสร้างเส้นกราฟ Isotherm และ Adiabatic ขึ้นมา ซึ่งมีความผิดพลาดจากการแปลงข้อมูลที่ได้ออกมาเป็นสูตรหรือสมการสั้นๆ พร้อมทั้งกำหนดเงื่อนไขการใช้สมการ(Restriction)เพื่อลดความผิดพลาด ดังนั้นค่าความผิดพลาดนี้อาจจะมากกว่าหรือน้อยกว่าค่าจริงเป็นจำนวนเท่าใดไม่ทราบได้ แต่สามารถนำแบบจำลองความต้านทานทางความร้อนแบบชิ้นส่วนทรงกระบอกนี้มาใช้ในการคำนวณทดแทนทฤษฎีเซฟแฟคเตอร์ได้ และเหมาะสมอย่างยิ่งสำหรับในบางปัญหาบางกรณีที่มีได้มีการหาสูตรค่าเซฟแฟคเตอร์ไว้

## เอกสารอ้างอิง

- [1] ประเสริฐ อินประเสริฐ, พ.ศ. 2546. การคำนวณการถ่ายเทความร้อนผ่านครีระบายความร้อนด้วยวิธีไฟไนต์รีซิสแทนซ์กรณีปลายครีมีการถ่ายเทความร้อน, การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทย ครั้งที่ 17, หน้า 116-119
- [2] ประเสริฐ อินประเสริฐ, พ.ศ. 2547. การคำนวณการถ่ายเทความร้อนผ่านแท่งสี่เหลี่ยมมีรูกลวงกลมตลอดทั้งกลางหน้าตัดด้วยวิธีไฟไนต์รีซิสแทนซ์ 2 มิติ, การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทย ครั้งที่ 18, หน้า 431-434
- [3] Frank P. Incropera, David P. Dewitt, 2002. Introduction to heat transfer, School of Mechanical Engineering, Purdue University, U.S.A., Fourth Edition, John Wiley&Sons.Inc, Singapore, pp 194
- [4] Frank W. Schmidt, Robert E. Henderson, Carl H. Wolgemuth., 1993. Introduction to Thermal Sciences, The Pennsylvania State University, U.S.A., Second edition, John Wiley&Sons.Inc, Singapore, pp 318
- [5] Jan F. Kreider, Ari Rabl, 1994. Heating and Cooling of Buildings, University of Colorado at Boulder, U.S.A., McGraw-Hill. Inc, New York, pp 370-378
- [6] Jack P. Holman, 1997. Heat transfer, Southern Methodist University, U.S.A., Eighth Edition, McGraw-Hill. Inc, New York, pp 30
- [7] Martin Marz,Paul Nance, 2000. Thermal Modeling of Power-electronic Systems, Fraunhofer Institute for Integrated Circuit, [http://www.iisb.fraunhofer.de/de/arb\\_geb/pub\\_les/02\\_00.pdf](http://www.iisb.fraunhofer.de/de/arb_geb/pub_les/02_00.pdf), (accessed on Oct 2005)
- [8] Satish P. Ketkar, 1999. Numerical Thermal Analysis, The MacNeal-Schwendler Corporation, U.S.A., ASME Press, New York, pp 63-70
- [9] Timo Veijola, Luis Costa, 1996. Combined Electrical and Thermal Circuit Simulation Using APLAC :Part C, Helsinki University of Technology, Aspoo Press, pp 21