

## การควบคุมแรงดึงเครื่องดึงกระดูกสันหลังต้นแบบด้วยระบบควบคุมแบบคงทน Control Force of a Prototype Lumbar Traction Unit Using Robust Control

ณัฐพล ศรีพันธุ์<sup>1\*</sup> และ วิบูลย์ แสงวีระพันธุ์ศิริ<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup>ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ถนนพญาไท แขวงวังใหม่ เขตปทุมวัน กรุงเทพมหานคร 10330  
\*ติดต่อ: [Nuttaphon.Sar@student.chula.ac.th](mailto:Nuttaphon.Sar@student.chula.ac.th), [Viboon.S@eng.chula.ac.th](mailto:Viboon.S@eng.chula.ac.th), โทร 0-2218-6610-1, โทรสาร 0-2252-8889

### บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้เป็นการออกแบบระบบควบคุมแรงดึงแบบอัตโนมัติของอุปกรณ์เครื่องดึงกระดูกสันหลังที่พัฒนาขึ้นเพื่อสำหรับศึกษาเพื่อเพิ่มประสิทธิภาพในการรักษาให้สูงขึ้น ในการรักษาผู้ป่วยจะใช้แรงดึงแบ่งออกเป็น 2 ลักษณะ คือ การดึงแบบต่อเนื่อง และการดึงแบบเป็นช่วง เครื่องที่พัฒนาขึ้นจะถูกออกแบบเพื่อให้สามารถปรับเปลี่ยนแรงดึงได้สะดวกมากขึ้น โดยใช้ระยะเวลาในการรักษาตามอาการของผู้ป่วย การรักษาเสถียรภาพของแรงให้คงตัวอยู่ตลอดการรักษาคือเป็นสิ่งสำคัญในการรักษาผู้ป่วย การควบคุมแรงดึงด้วยตัวควบคุมแบบคงทน เป็นการควบคุมที่ช่วยทำให้แรงดึงจะถูกปรับให้มีลักษณะแรงตามที่ต้องการตลอดการรักษาคือ และสามารถชดเชยสิ่งรบกวนที่มาจากภายนอก เช่น เกิดการลื่นไถลของตัวยึดกับผู้ป่วย การควบคุมแรงจะผ่านอุปกรณ์วัดแรงแบบง่ายที่พัฒนาขึ้นโดยใช้หลักการยืดหดของสปริง

**คำหลัก:** เครื่องดึงกระดูกสันหลัง, การควบคุมแรงดึง, ควบคุมแบบคงทน

### Abstract

This research is to design a robust force control for a prototype lumbar traction unit developed in house to enhance the effectiveness of treatment. Typical treatment process has 2 traction patterns, the continuous traction and intermittent traction. The developed machine has more flexible to adjust traction force and compensate any disturbances, such as gripper slip, during treatment period. This robust force control can help to maintain force to the desired force pattern through a simple force measurement sensor developed in house using the measurement of retraction of spring.

**Keywords:** traction unit, force control, Robust Control

### 1. บทนำ

การดึงกระดูกสันหลังเป็นการรักษาอย่างหนึ่งทางกายภาพบำบัด โดยให้แรงกระทำต่อร่างกายเพื่อทำให้เกิดการเคลื่อนไหวของระบบกล้ามเนื้อและข้อต่อ การดึงจะเป็นการทำให้เกิดการแยกห่างข้อต่อและยืดเนื้อเยื่อรอบๆ สามารถใช้ในกรณีผู้ป่วยที่มีพยาธิสภาพบริเวณกระดูกสันหลัง ที่ไม่เกี่ยวข้องกับการหักและการเคลื่อนหลุดของกระดูกสันหลัง การดึงกระดูกสันหลังสามารถทำได้ด้วยแรงดึงจากมือ (Manual Traction) ซึ่งจะสามารถจัดตำแหน่งเพื่อให้ได้ผลต่อข้อต่อที่ต้องการได้ดี แต่มีข้อจำกัดเรื่องของปริมาณแรงที่ต้องการดึง การดึงด้วยเครื่อง (Mechanical Traction) จึงได้เปรียบเนื่องจาก

สามารถกำหนดปริมาณแรง และเวลาในการดึงได้ตามต้องการ

ในการรักษาผู้ป่วยนิยมใช้แรงในการรักษา 2 แบบ คือ การดึงแบบต่อเนื่อง (Continuous traction) เป็นการดึงด้วยแรงแบบคงที่ โดยปกติปริมาณแรงดึงประมาณครึ่งหนึ่งของน้ำหนักตัวผู้ป่วย และใช้เวลาไม่เกินหนึ่งชั่วโมง และการดึงแบบจังหวะ (Intermittent traction) เป็นการดึงด้วยแรงดึงที่สลับกันระหว่างแรงดึงแบบคงแรง (Hold) และตามด้วยการปล่อย (Rest) ในการรักษาผู้ป่วยจึงต้องรักษาเสถียรภาพของแรงให้คงตัวอยู่ตลอดการรักษา เพื่อให้ได้แรงดึงตามที่ต้องการและให้เกิดความแม่นยำในการรักษามากที่สุด แรงดึงประมาณครึ่งหนึ่ง

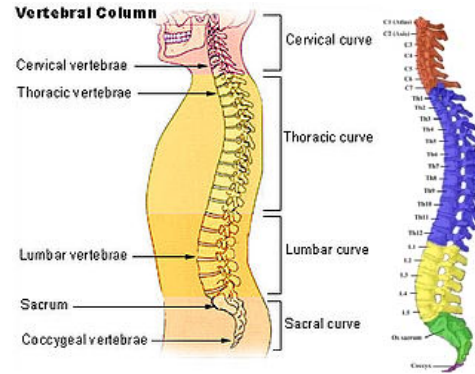
ของน้ำหนักตัวผู้ป่วยดังกล่าวนี้ เกิดจากประสบการณ์ในการรักษาของแพทย์ แต่ก็ยังไม่มีวิธีการสรุปว่าแรงดังกล่าว นั้นเหมาะสมหรือไม่อย่างไร ทั้งนี้เนื่องจากเครื่องดึงกระดูกสันหลังที่มีขายอยู่ในท้องตลาดไม่สามารถปรับหรือตั้งแรงดึงได้สะดวก ทำให้ยากต่อการปรับเปลี่ยนในการรักษา เครื่องดึงกระดูกสันหลังที่พัฒนาขึ้นนี้สามารถควบคุมแรงดึงและมีการปรับแรงดึงได้สะดวกมากขึ้น ก็เพื่อต้องการให้แพทย์สามารถนำไปประยุกต์ในการรักษา เพื่อให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น

ในการรักษาผู้ป่วยการควบคุมแรงดึงให้มีค่าตามที่ต้องการ มีความสำคัญต่อความปลอดภัยของผู้ป่วยเป็นอย่างมาก ดังนั้นจึงต้องเลือกระบบควบคุมที่มีความเหมาะสมในการควบคุมแรงดึง การควบคุมแบบคงทน (Robust Control) เป็นการควบคุมที่ช่วยทำให้แรงดึงจะถูกปรับให้มีลักษณะแรงตามที่ต้องการตลอดการรักษา และสามารถชดเชยสิ่งรบกวนที่มากระทำจากภายนอก เช่น เกิดการลื่นไถลของตัวยึดกับผู้ป่วย เป็นต้น ทำให้ในการรักษาสามารถควบคุมแรงได้ตามต้องการมากที่สุด

**2. โครงสร้างกระดูกสันหลัง**

ก่อนจะกล่าวถึงการออกแบบระบบควบคุมแรงดึงแบบอัตโนมัติของอุปกรณ์เครื่องดึงกระดูกสันหลังจะขอกล่าวถึงโครงสร้างของกระดูกสันหลังของมนุษย์ของคนเราก่อน

กระดูกสันหลังเป็นโครงสร้างที่แข็งแรง ทำหน้าที่ปกป้องแกนของไขสันหลัง เป็นจุดเกาะของกล้ามเนื้อของหลัง เชื่อมต่อกับกะโหลกศีรษะ (skull) กระดูกสะบัก (scapula) กระดูกเชิงกราน (pelvic bones) และกระดูกซี่โครง (ribs) สามารถแบ่งออกได้เป็น 5 ส่วน จำนวน 33 ชิ้น ประกอบด้วย กระดูกสันหลังส่วนคอ (Cervical vertebrae) ซึ่งมีจำนวน 7 ชิ้น กระดูกสันหลังส่วนอก (Thoracic vertebrae) มีจำนวน 12 ชิ้น กระดูกสันหลังส่วนบั้นเอว (Lumbar vertebrae) มี 5 ชิ้น กระดูกสันหลังส่วนกระเบนเหน็บ (Sacrum vertebrae) ซึ่งเดิมมี 8 ชิ้น และกระดูกสันหลังส่วนก้นกบ (Coccygeal vertebrae) ซึ่งอาจมี 3-4 ชิ้น ซึ่งโครงสร้างกระดูกสันหลังมีลักษณะโดยรวมดังรูปที่ 1



รูปที่ 1 กระดูกสันหลัง

สำหรับงานวิจัยชิ้นนี้จะศึกษาการดึงกระดูกสันหลังบริเวณกระดูกสันหลังส่วนบั้นเอว จนถึงกระดูกสันหลังส่วนกระเบนเหน็บ

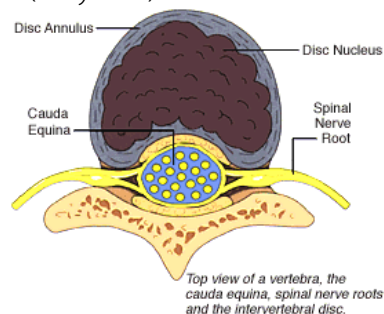
**3. สาเหตุของการเกิดอาการปวดหลัง**

สาเหตุของการเกิดอาการปวดหลังที่สำคัญแบ่งออกเป็น 3 ชนิด คือ เกิดจากการติดเชื้อ เกิดจากกล้ามเนื้อหรือเส้นเอ็นบริเวณหลังเกิดการอักเสบ และเกิดจากหมอนรองกระดูกสันหลังกดทับเส้นประสาท แต่ในงานวิจัยนี้จะเป็นการศึกษาการเกิด จากหมอนรองกระดูกสันหลังกดทับเส้นประสาท เนื่องจากการรักษาที่ตรงกับงานวิจัย [1]

**3.1 หมอนรองกระดูกสันหลัง (Intervertebral Disc)**

หมอนรองกระดูกสันหลังประกอบไปด้วย 2 ส่วนด้วยกัน คือ

1. Disc Annulus ส่วนประกอบด้านนอกสุดของหมอนรองกระดูกสันหลังเป็นส่วนของกระดูกอ่อนที่เหนียว (Tough cartilage) ทำหน้าที่ห่อหุ้ม Disc nucleus
2. Disc Nucleus ส่วนโครงสร้างแกนด้านในมีลักษณะคล้ายเยลลี่ (Jelly-Like)

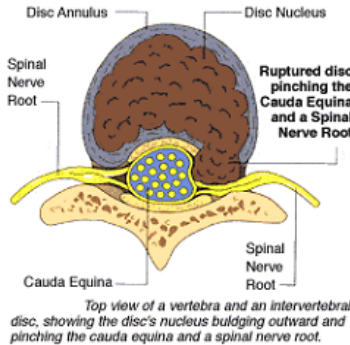


รูปที่ 2 โครงสร้างของหมอนรองกระดูกสันหลัง

**3.2 หมอนรองกระดูกสันหลังกดทับเส้นประสาท (Herniated Intervertebral disc)**

สาเหตุของหมอนรองกระดูกกดทับเส้นประสาท คือ หมอนรองกระดูกเกิดการเสื่อมหรือการที่กระดูกสันหลัง

ได้รับน้ำหนักที่มากเกินไป ซึ่งทำให้หมอนรองกระดูกปลิ้นออกมาทับเส้นประสาท หรือผนังหุ้มด้านนอกของหมอนรองกระดูกเกิดการฉีกขาดทำให้ nucleus ที่แกนกลางทะลักออกมาทับเส้นประสาท ดังแสดงในรูปที่ 3



รูปที่ 3 ลักษณะของหมอนรองกระดูกสันหลังที่กดทับเส้นประสาท

### 3.3 จุดประสงค์การดึงกระดูกสันหลัง

การรักษาอาการอันเนื่องมาจากหมอนรองกระดูกสันหลังกดทับเส้นประสาทสามารถทำได้ โดยให้หมอนรองกระดูกสันหลังที่ปลิ้นออกไปกดทับเส้นประสาทเกิดการคลายตัวและกลับมายังตำแหน่งเดิม

โดยการใช้วิธีการ Biomechanics หรือ Mechanical traction เป็นการสร้างแรงดึงที่ตำแหน่งของกระดูกสันหลังโดยจะดึงตรงตำแหน่งของกระดูกเชิงกราน ทำให้กระดูกสันหลังบริเวณส่วนของเอว (Lumbar spine) เกิดการยืดตัวทำให้หมอนรองกระดูกสันหลังเกิดการคลายตัวมายังตำแหน่งเดิมโดยไม่ไปกดทับเส้นประสาทอีก เป็นการให้ผู้ป่วยลดอัตราเสี่ยงในการผ่าตัดรักษา

### 4. การรักษาด้วยวิธีการ Mechanical traction

การดึงกระดูกสันหลังเป็นการรักษาอย่างหนึ่งทางกายภาพบำบัด โดยให้แรงกระทำต่อร่างกายเพื่อทำให้เกิดการเคลื่อนไหวของระบบกล้ามเนื้อและข้อต่อ การดึงจะเป็นการทำให้เกิดการแยกห่างข้อต่อและยืดเนื้อเยื่อรอบๆ การดึงถือเป็นกระบวนการลากหรือดึงข้อต่อในแนวยาว (Longitudinal) สามารถใช้ในกรณีผู้ป่วยที่มีพยาธิสภาพบริเวณกระดูกสันหลัง ที่ไม่เกี่ยวข้องกับการหักและการเคลื่อนหลุดของกระดูกสันหลัง การดึงกระดูกสันหลังสามารถทำได้ด้วยแรงดึงจากมือ (Manual Traction) ซึ่งจะสามารถจัดตำแหน่งเพื่อให้ได้ผลต่อข้อต่อที่ต้องการได้ดี แต่มีข้อจำกัดเรื่องของปริมาณแรงที่ต้องการดึง การดึงด้วยเครื่อง (Mechanical Traction) จึงได้เปรียบ

เนื่องจากสามารถกำหนดปริมาณแรง และเวลาในการดึงได้ตามต้องการ

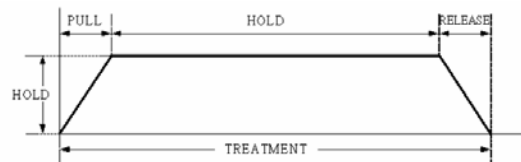
### 5. ปัจจัยที่ส่งผลต่อประสิทธิภาพของการดึง

ในการรักษาด้วยวิธีการดึงกระดูกสันหลัง มีปัจจัยหลายอย่างในการรักษา เช่น ปริมาณแรงดึง ชนิดการดึง ความถี่ที่ใช้ในการรักษา ท่าทางของผู้ป่วย และระยะเวลาในการดึง ซึ่งปัจจัยเหล่านี้ขึ้นอยู่กับผู้ป่วยของแต่ละคนว่าผู้ป่วยนั้นมีอาการอย่างไร การรักษาด้วยปัจจัยที่เหมาะสมของคนไข้แต่ละคน จะส่งผลให้การรักษามีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

### 6. ชนิดของการดึงกระดูกสันหลัง

#### 6.1 การดึงแบบต่อเนื่อง (Continuous Traction)

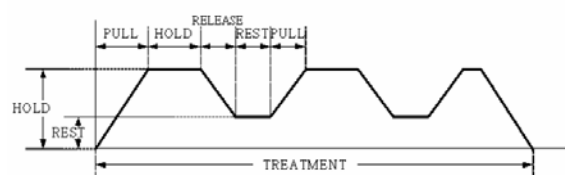
การดึงแบบต่อเนื่องเป็นการดึงกระดูกสันหลังด้วยแรงคงที่ในระยะเวลาหลายนาทีแต่ไม่เกินหนึ่งชั่วโมงครึ่ง มักใช้เพื่อการยืด (Prolonged Stretching) ของเนื้อเยื่อรอบๆกระดูกสันหลังโดยมีระยะเวลาในการดึงสั้นประมาณ 30 นาที น้ำหนักที่ใช้ในการดึงแบบคงค้ำมักใช้แรงดึงน้อยๆในครั้งแรก และค่อยๆเพิ่มจนเป็นครึ่งหนึ่งของน้ำหนักตัว หรือมากกว่านั้น แต่ผู้ป่วยยังคงสามารถทนได้



รูปที่ 4 การดึงแบบต่อเนื่อง

#### 6.2 การดึงแบบจังหวะ (Intermittent Traction)

การดึงแบบจังหวะเป็นการดึงกระดูกสันหลังด้วยแรงดึงที่สลับกันระหว่างการให้แรงแบบคงแรง (Hold) และแบบการปล่อย (Rest) ด้วยความถี่ขนาดใดขนาดหนึ่ง ลักษณะการให้แรงดึงและพักต้องเป็นจังหวะสม่ำเสมอ โดยน้ำหนักแรงดึงที่ใช้ขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์ของการดึง การดึงแบบจังหวะสามารถใช้แรงดึงได้มากกว่าการดึงแบบคงค้ำ และยังคงอยู่ภายใต้ความสามารถทนได้ของผู้ป่วย



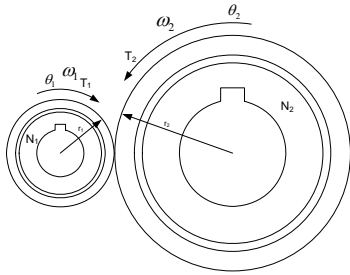
รูปที่ 5 การดึงแบบจังหวะ

## 7. กลไกเครื่องดึงกระดูกสันหลัง

รายละเอียดของกลไกเครื่องดึงกระดูกสันหลังนั้น รายละเอียดของชุดอุปกรณ์บางส่วนได้เคยนำเสนอใน [3] แต่เพื่อความสะดวกของผู้อ่านในการเข้าใจระบบกลไกเครื่องดึงกระดูกสันหลังที่พัฒนาขึ้น จึงได้นำบางส่วนมากล่าวในที่นี้ อีก ในการออกแบบเครื่องดึงกระดูกสันหลังนั้น ได้ทำการออกแบบส่วนต่างๆ โดยในการออกแบบได้แยกพิจารณาออกเป็นส่วนๆ ดังนี้

### 7.1 กลไกระบบส่งกำลัง

กลไกระบบส่งกำลังของเครื่องดึงกระดูกสันหลังได้ออกแบบโดยใช้ระบบเฟือง (Gear Trains) ส่งกำลังเป็นหลัก เหตุผลก็เพราะ มีความแข็งแรงสูง การดูแลรักษาได้ง่าย ราคาไม่สูงมาก ประหยัดเนื้อที่ในการติดตั้ง หลักการพื้นฐานของระบบส่งกำลังด้วยเฟืองได้แสดงไว้ดังแสดงในรูปที่ 6



รูปที่ 6 ระบบเฟืองทด

โดยกลไกของระบบส่งกำลังที่ทำการออกแบบได้แสดงดังรูปที่ 6 ซึ่งแสดงการวางตัวของเฟืองส่งกำลังที่ออกแบบและสร้างขึ้น และรูปที่ 7 แสดงการปลดเกียร์ออกจากกันโดยการปลดแกนปลดนิรภัยเพื่อเกียร์พ้นออกจากระบบของเกียร์



รูปที่ 7 ระบบส่งกำลังเมื่อปลดแกนปลดนิรภัย

### 7.2 กลไกม้วนเชือกคั้น

กลไกม้วนเชือกคั้นได้ทำการออกแบบเพื่อความสะดวกในการม้วนเชือกเก็บหลังจากทำการใช้เครื่องเสร็จแล้ว โดยกลไกที่ใช้ในการม้วนเชือกคั้นนั้น ออกแบบโดยใช้สปริงบิด (Torsional spring) เกลียวขวา สอดไว้กับแกนเพลากว้าม้วนเชือกและทำการยึดปลายทั้งสองด้านของ

สปริง โดยปลายด้านแรกยึดไว้ที่แกนเพลลา ส่วนปลายอีกด้านหนึ่งยึดไว้กับหน้าแปลนดังรูปที่ 8



รูปที่ 8 กลไกม้วนเชือกคั้น

### 7.3 อุปกรณ์วัดแรงดึงเชือก

กลไกของอุปกรณ์วัดแรงดึงเชือกได้ทำการออกแบบโดยใช้หลักการการยืดหดของสปริง แรงที่เกิดขึ้นสามารถวัดได้โดยการวัดระยะยืดหดของสปริงแทน ดังแสดงในรูปที่ 9



รูปที่ 9 อุปกรณ์วัดแรง

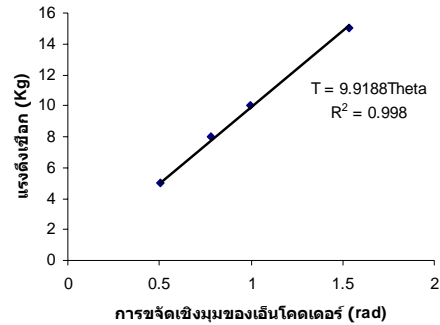
โดยหลักการทำงานพื้นฐานของอุปกรณ์วัดแรง คือ เมื่อเชือกเกิดแรงดึงจะทำให้เชือกที่โยงอยู่กับอุปกรณ์วัดแรงที่ตำแหน่งตัวรอกไปกดสปริงดัน ทำให้สปริงดันเกิดการยุบตัวและเอ็นโคดเดอร์ (Encoder) ที่เชื่อมต่ออยู่กับรางเลื่อน (Linear Guide) ผ่านทางลวดสลึงก็จะหมุนทำให้เกิดการเคลื่อนที่แบบขจัดเชิงมุม ทำให้สามารถหาระยะยุบตัวของสปริงดันได้และสามารถคำนวณหาค่าแรงดึงของเชือกได้โดยที่ความสัมพันธ์ระหว่างแรงดึงเชือกกับแรงกดในสปริงและระยะยุบตัวของสปริงดันกับการขจัดเชิงมุมของเอ็นโคดเดอร์

### 7.4 กลไกส่งแรงดึงผ่านเส้นเชือก

กลไกส่งแรงดึงผ่านเส้นเชือกเป็นกลไกที่ทำหน้าที่เป็นตัวเชื่อมระหว่างอุปกรณ์วัดแรงดึงเชือกกับอุปกรณ์ยึดหลังของคนที่อยู่ภายนอกที่จะไปทำการดึงโดยแบ่งออกเป็น 2 ส่วนหลักๆ ด้วยกัน คือ ส่วนที่เชื่อมต่อเชือกกับอุปกรณ์วัดแรงดึงเชือก กับส่วนของเชือกที่ผูกยึดเข้ากับอุปกรณ์ยึดหลังของคนที่เป็นส่วนอยู่ภายนอก ดังรูปที่ 10



รูปที่ 10 กลไกส่งผ่านแรงดึงเชือกที่อยู่ภายในเครื่อง



### 8. การควบคุมแรงดึงเชือกและการหาความสัมพันธ์ระหว่างแรงดึงเชือกกับตำแหน่งและความเร็วของการดึง

#### 8.1 การวัดแรงดึงเชือก

การวัดแรงดึงใช้อุปกรณ์วัดแรงแบบง่ายที่พัฒนาขึ้นโดยใช้หลักการยืดหดของสปริง มีเอ็นโคดเดอร์เป็นอุปกรณ์ตรวจวัดระยะยืดหดของสปริง สำหรับการวัดแรงดึงของเชือกในทางปฏิบัติ ได้มีการทำการสอบเทียบโดยการหาความสัมพันธ์ระหว่างค่าแรงดึงของเชือกกับค่าจัดเชิงมุมที่วัดได้จากเอ็นโคดเดอร์ ค่าแรงดึงของเชือกอ่านจากสปริงวัดแรงดึงที่มีการปรับเทียบแล้ว โดยติดตั้งสปริงวัดแรงดึงนี้เข้ากับเชือกและอุปกรณ์ดึง โดยการสอบเทียบความสัมพันธ์ระหว่างแรงดึงเชือกกับการจัดเชิงมุมของเอ็นโคดเดอร์ ผลลัพธ์ออกมาเป็นความสัมพันธ์เชิงเส้นตรงได้ผลการทดสอบดังแสดงในตารางที่ 1 และกราฟความสัมพันธ์ดังรูปที่ 11 ซึ่งแสดงความสัมพันธ์เชิงเส้นตรงระหว่างค่ามุมขจัดที่วัดได้จากเอ็นโคดเดอร์และแรงดึงในเส้นเชือก

ตารางที่ 1 ผลการสอบเทียบระหว่างแรงดึงเชือกกับการกระจัดเชิงมุม

แรงดึง เชือก(Kg)	การขจัดเชิงมุมของเอ็นโคดเดอร์ (rad)		
	ครั้งที่1	ครั้งที่2	ค่าเฉลี่ย
5	0.4895	0.5184	0.50395
8	0.808	0.7609	0.78445
10	0.999	0.9896	0.9943
15	1.58	1.4853	1.53265

จากการทดลองสามารถนำข้อมูลมาทำการวิเคราะห์ด้วยความถดถอยเชิงเส้น ได้ผลลัพธ์ดังรูปที่ 11

รูปที่ 11 การวิเคราะห์ด้วยความถดถอยเชิงเส้น จากรูปที่ 11 เราสามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างแรงดึงเชือกกับค่าจัดเชิงมุมที่วัดที่เอ็นโคดเดอร์ ดังนี้

$$T = 9.9188\Theta \quad (1)$$

โดยที่  $T$  คือ แรงดึงเชือก(Kg)

$\Theta$  คือ การขจัดเชิงมุมของเอ็นโคดเดอร์ (rad)

#### 8.2 การหาความสัมพันธ์ระหว่างตำแหน่ง ความเร็วของมอเตอร์ และแรงดึง

การควบคุมตำแหน่งและแรงพร้อมกันนั้นเป็นเรื่องค่อนข้างจะยุ่งยาก ทั้งนี้เนื่องจากถ้าเราต้องการความแม่นยำในตำแหน่งเราก็จะเป็นจะต้องผ่อนเรื่องการควบคุมแรงลง หรือในทางกลับกันถ้าเราต้องการควบคุมแรงให้มีความแม่นยำเราก็ต้องผ่อนในเรื่องของการควบคุมตำแหน่ง แต่จะแนวคิดที่ว่าแรงนั้นขึ้นอยู่กับความเร่งที่เกิดขึ้นในกลไกของการดึง และความเร่งนี้จะมีผลกับการเคลื่อนที่หรือผลกับตำแหน่งและความเร็ว ซึ่งอาจจะคล้ายกับแนวคิดการโมเดลแรงแบบอิมพีแดนซ์ (Impedance) ทำให้เราเกิดแนวคิดที่จะโมเดลแรงในรูปแบบของความสัมพันธ์ระหว่างแรงกับการเคลื่อนที่ในที่นี้ก็คือตำแหน่งและความเร็ว โดยระบบควบคุมที่จะออกแบบจะให้ความสำคัญกับการควบคุมแรงมากกว่าการควบคุมตำแหน่ง

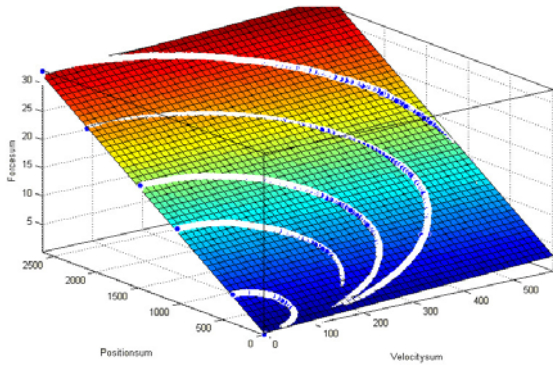
การหาความสัมพันธ์ระหว่างตำแหน่ง ความเร็วของมอเตอร์ และตำแหน่ง ได้ทำการติดเอ็นโคดเดอร์เพิ่มเข้าไปยังมอเตอร์ เพื่อหาความสัมพันธ์ ดังแสดงในรูปที่ 12



รูปที่ 12 เอ็นโคดเดอร์วัดตำแหน่งของมอเตอร์

การหาความสัมพันธ์ระหว่างตำแหน่ง ความเร็ว ของมอเตอร์ และแรง ใช้การกำหนดสัญญาณอินพุตที่เข้ามอเตอร์หรือก็คือความต่างศักย์ (Volt) ให้มีค่าคงที่ให้กับระบบ เพื่อให้เกิดการกระตุ้นอย่างต่อเนื่อง (persistence excitation) เพื่อให้ความสัมพันธ์ที่จะประมาณนี้มีค่าใกล้เคียงความจริงมากที่สุด จากนั้นวัดตำแหน่ง ความเร็ว และแรง ของแต่ละความต่างศักย์ (Volt) มาทำการหาความสัมพันธ์โดยใช้วิธีหาสมการโพลีโนเมียลที่แทนพื้นผิวเพื่อหาความสัมพันธ์ดังกล่าว (Surface Fitting แบบ Polynomial)

ในการหาความสัมพันธ์นั้น เรากำหนดให้ความต่างศักย์ (Volt) คงที่ โดยทำการทดลอง 5 ครั้ง กำหนดความต่างศักย์ (Volt) 0.15, 0.2, 0.25, 0.3 และ 0.35 โดยได้กราฟความสัมพันธ์ดังรูปที่ 13



รูปที่ 13 กราฟแสดงความสัมพันธ์ ระหว่างแรง ความเร็วของมอเตอร์ และตำแหน่ง

จากการหาความสัมพันธ์ Surface Fitting ทำให้ได้ความสัมพันธ์ เป็นดังสมการ

$$y(x_1, x_2) = 0.3481 + 0.01172x_1 + 0.004131x_2 \quad (2)$$

โดยที่  $y(x_1, x_2)$  คือ ฟังก์ชันของแรง

$x_1$  คือ ตัวแปรตำแหน่ง

$x_2$  คือ ตัวแปรความเร็ว

โดยข้อมูลที่ใช้ในการจำลองได้มาจากการทดลอง และการวิเคราะห์ทางสถิติ การจำลองความสัมพันธ์ดังกล่าวนี้ เราได้ค่า  $R^2 = 0.9981$  ซึ่งแสดงว่าความสัมพันธ์ดังกล่าวได้ความแม่นยำค่อนข้างดีมาก

### 8.3 การควบคุมด้วยวิธีการปริภูมิสแตต (State-space Design)

ทำการหาความแบบจำลองทางพลศาสตร์ของระบบ (Dynamic Model) โดยค่าพารามิเตอร์ของระบบดังกล่าวหาได้จากการทดลอง ทำให้แบบจำลองดังกล่าวมี

ความใกล้เคียงกับความเป็นจริงค่อนข้างมาก โดยเราสามารถเขียนสมการฟังก์ชันถ่ายโอนได้ดังนี้

$$\frac{\theta(s)}{V(s)} = \frac{19519}{s^2 + 2.9369s} \quad (3)$$

จากสมการที่ (3) เราสามารถเขียนในรูปแบบของสมการเชิงอนุพันธ์ได้ คือ

$$\ddot{\theta} = -2.9369\dot{\theta} + 19519V \quad (4)$$

ถ้ากำหนดให้  $x_1 = \theta$  และ  $x_2 = \dot{\theta}$  เราสามารถแปลงสมการที่ (4) ให้อยู่ในรูปแบบของสมการปริภูมิสแตตได้ คือ [2]

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -2.9369 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 19519 \end{bmatrix} V \quad (5)$$

โดยที่กำหนดให้ค่า  $A$  และ  $B$  คือ

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -2.9369 \end{bmatrix} \text{ และ } B = \begin{bmatrix} 0 \\ 19519 \end{bmatrix}$$

จากการหาความสัมพันธ์ระหว่างแรงกับตำแหน่งและความเร็วที่หามาได้ข้างต้น คือ

$$y(x_1, x_2) = 0.3481 + 0.01172x_1 + 0.004131x_2$$

$$y - 0.3481 = 0.01172x_1 + 0.004131x_2$$

เราสามารถเขียนได้ว่า

$$\tilde{y} = \begin{bmatrix} 0.01172 & 0.004131 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

ทำให้ได้ค่า  $c$  คือ

$$c = \begin{bmatrix} 0.01172 & 0.004131 \end{bmatrix}$$

ออกแบบระบบควบคุมโดยใช้วิธีการควบคุมกำลังสองเชิงเส้น (Linear Quadratic Regulator) โดยกำหนดให้เมตริกซ์น้ำหนักของตัวแปรสแตต หรือ  $Q$  และค่าน้ำหนักของสัญญาณอินพุตหรือ  $R$  มีค่าดังนี้

$$Q = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.01 \end{bmatrix} \text{ และ } R = 100000$$

สามารถหาตำแหน่งของโพลและค่าเกนของระบบปิดได้ดังนี้

$$\text{Closed-loop poles} = (-3.2442, -6.0166)$$

$$K = \begin{bmatrix} 0.001 & 0.000324 \end{bmatrix}$$

รูปแบบของระบบควบคุมแสดงไว้ในรูปที่ 14 เนื่องจากคำสั่งอ้างอิงของระบบควบคุมกำลังสองเชิงเส้นในที่นี้จะป้อนค่าแรงที่ต้องการ ดังนั้นเราสามารถหาค่าเกนอ้างอิง (Reference gain) หรือค่าเกน  $\bar{N}$

$$u = -kx + \bar{N}r \quad (7)$$

$$\bar{N} = N_u + kN_x \quad (8)$$

โดยที่ค่า  $N_u$  และ  $N_x$  สามารถหาได้จากสมการที่ (9)

โดยรายละเอียดสามารถดูได้จาก [2]

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & V \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

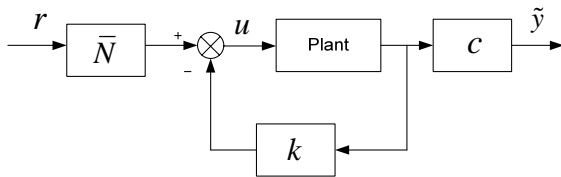
$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & -2.9369 & 19519 \\ 0.01172 & 0.004131 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 85.3242 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{N} = [0.001 \quad 0.000324] \begin{bmatrix} 85.3242 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{N} = 0.0853$$

จากระบบโดยรวมสามารถเขียนบล็อกไดอะแกรมของระบบทั้งหมดได้ดังรูปที่ 14



รูปที่ 14 บล็อกไดอะแกรมของระบบ

### 9. การศึกษาความไวต่อการเปลี่ยนแปลง

#### ค่าพารามิเตอร์ของระบบควบคุม

งานวิจัยนี้ เราได้ทำการหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบที่สร้างขึ้น ดังนั้นสมการพลศาสตร์ที่หาได้นั้นมีความถูกต้องแม่นยำในระดับสูงระดับหนึ่ง แต่อย่างไรก็ตามเราก็สามารถวิเคราะห์ความคงทน (Robust) ของตัวแปรควบคุมได้โดยการศึกษาความไวของระบบควบคุม ซึ่งเราสามารถศึกษาในรูปแบบของการตอบสนองเชิงความถี่ได้ โดยหาฟังก์ชันในการบ่งบอกถึงความไวต่อการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ของระบบควบคุม

จากแผนภาพบล็อกดังแสดงในรูปที่ 14 เราสามารถหาฟังก์ชันที่ใช้ในการวิเคราะห์ความไวต่อการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ของระบบได้ดังนี้

หา Loop transfer function หรือ เกนของระบบเปิด ซึ่งหาได้จาก

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (10)$$

$$\dot{x} = Ax + B\bar{N}r \quad (11)$$

$$y_0 = Kx \quad (12)$$

ซึ่งเราสามารถหาฟังก์ชันถ่ายโอนได้ คือ

$$L = \frac{6.324s + 19.52}{s(s + 2.937)} \quad (13)$$

หาฟังก์ชันความไว (Sensitivity function) หรือ ฟังก์ชันถ่ายโอนความไว ซึ่งหาได้จาก

$$S = \frac{1}{1 + L} \quad (14)$$

$$S = \frac{s(s + 2.937)}{s^2 + 9.261s + 19.52} \quad (15)$$

หาฟังก์ชันความไวเสริม (Complementary sensitivity function) หรือฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบปิด จากสมการดังต่อไปนี้

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$u = \bar{N}r - kx \quad (16)$$

$$\dot{x} = Ax + B(\bar{N}r - kx) \quad (17)$$

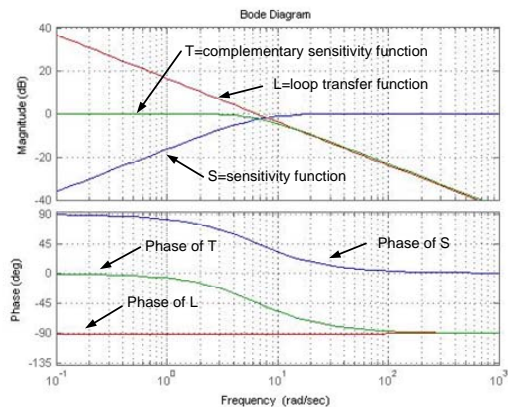
$$\dot{x} = (A - Bk)x + B\bar{N}r \quad (18)$$

$$\tilde{y} = cx \quad (19)$$

ซึ่งเราสามารถหาฟังก์ชันถ่ายโอนของฟังก์ชันความไวเสริมได้ คือ

$$T = \frac{6.88s + 19.52}{s^2 + 9.261s + 19.52} \quad (20)$$

เมื่อนำฟังก์ชัน  $L$ ,  $S$  และ  $T$  มาเขียนภาพโพล จะได้แผนภาพดังรูป



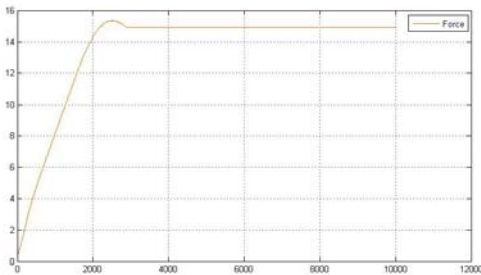
รูปที่ 15 แผนภาพโพลเด

จากแผนภาพที่เปรียบเทียบระหว่างฟังก์ชัน  $L$ ,  $S$  และ  $T$  ดังแสดงในรูปที่ 15 นี้ จะเห็นได้ว่าความไวของ

ระบบควบคุมเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์นั้นไม่มีปัญหาหรือหรือระบบควบคุมมีความคงทน(Robust) ในช่วงแถบกว้างของความถี่ (bandwidth) โดยปกติแล้วพิจารณาค่า  $S_{max}$  ไม่ควรสูงกว่า 2 หรือ 6db และ  $T_{max}$  ไม่ควรสูงเกินกว่า 1.25 หรือ ถ้าค่า  $S_{max}$  และ  $T_{max}$  มีค่าสูง (เช่น มากเกินกว่า 4) จะบ่งบอกถึงสมรรถนะและความคงทนของระบบควบคุมไม่ดี และเมื่อพิจารณาที่ลูปทรานส์เฟอ์ฟังก์ชันหรือเกนของรูประบบเปิด เราจะพบว่าค่าเฟสมาร์จินมีค่าประมาณ 90 องศา เกือบคงที่ตลอดช่วงและเกนมาร์จินมีค่านั้นหรืออาจจะกล่าวได้ว่าระบบมีความมั่นคงค่อนข้างสูง

**10. การทดสอบเครื่องดึงกระดูกสันหลัง**

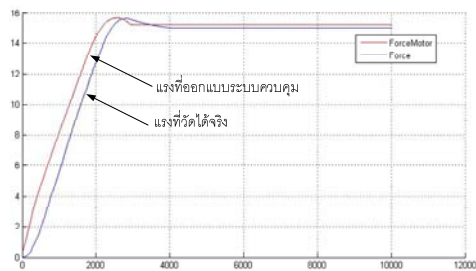
ทำการทดลองระบบควบคุมที่ได้ออกแบบไว้กับเครื่องดึงกระดูกสันหลังจริง โดยให้กำหนดแรงอ้างอิงที่ 15 กิโลกรัม ได้ผลการทดลองดังรูปที่ 16



รูปที่ 16 แรงดึงเชือกเทียบกับเวลา

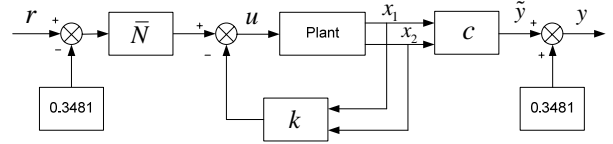
ผลจากการทดลองจะเห็นว่า แรงดึงเชือกมีค่าใกล้เคียงกับแรงที่เรากำหนดอ้างอิงระบบควบคุมมาเปรียบเทียบกับค่าแรงที่วัดได้จริง

เมื่อนำผลการทดลองจากการออกแบบระบบควบคุมมาเปรียบเทียบกับค่าแรงที่วัดได้จริง ซึ่งแรงของทั้งสองค่ามีความใกล้เคียงกัน ดังแสดงในรูปที่ 17 ซึ่งค่าต่างกันเล็กน้อยนี้สามารถยอมรับได้ในการรักษา



รูปที่ 17 เปรียบเทียบระหว่างแรงของระบบที่ออกแบบ กับแรงที่วัดได้จริง

ในการทดสอบนั้น ค่า  $\tilde{y} = y - 0.3481$  ดังนั้นค่า  $y = \tilde{y} + 0.3481$  จึงทำให้ค่าแรงมีค่าเพิ่มขึ้น 0.3481 ในการทดลองจึงต้องลบค่าอ้างอิง 0.3481 เพื่อให้ค่า  $y$  มีค่าตามที่เรากำหนด ซึ่งสามารถเขียนบล็อกไดอะแกรมได้ดังรูปที่ 18



รูปที่ 18 บล็อกไดอะแกรมของระบบควบคุม

**11. สรุปผลการทดลอง**

จากผลการทดลอง เราสามารถควบคุมแรงดึงเชือกโดยใช้การหาความสัมพันธ์ระหว่าง ตำแหน่ง ความเร็วของมอเตอร์ และแรง ทำให้เราสามารถควบคุมแรงให้มีค่าตามที่ต้องการ เมื่อเปรียบเทียบกับกับแรงที่วัดได้จริงแรงมีค่าใกล้เคียงกัน ในกรณีพิจารณาจากการการศึกษาคความไวต่อการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ของระบบควบคุม ระบบมีความคงทน(Robust) เมื่อทำพิจาณาจากโบเด ทำให้สามารถวิเคราะห์ได้ว่า ระบบมีความคงทน (Robust)

**12. กิตติกรรมประกาศ**

งานวิจัยนี้ได้รับการสนับสนุนจากโครงการศูนย์ระดับภูมิภาคเทคโนโลยีหุ่นยนต์ภายใต้โครงการเพิ่มศักยภาพด้านวิศวกรรมศาสตร์สหสาขา ในแผนพัฒนาวิชาการจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย (จุฬาฯ 100 ปี)

**13. เอกสารอ้างอิง**

[1] Michelle H. Cameron (1999). Physical Agents in Rehabilitation from Research to Practice, W.B. Saunders. Philadelphia

[2] Lorenzo Sciavicco and Bruno Siciliano (1996). Modeling and Control of Robot Manipulators, The McGraw-Hill book Co., Singapore.

[3] วิบูลย์ แสงวีระพันธุ์ศิริ และ ทวี งามวิไลกร (2553). การออกแบบและพัฒนาเครื่องดึงกระดูกสันหลัง, การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทย ครั้งที่ 24, จังหวัดอุบลราชธานี

[4] วิบูลย์ แสงวีระพันธุ์ศิริ (2548). การควบคุมระบบพลศาสตร์, พิมพ์ครั้งที่ 2, กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย