

การหาค่าการแพร่ความร้อนของของเหลวที่ไหลภายในท่อด้วยวิธีผกผัน Determination of Thermal Diffusivity of Liquid Flow in Pipe by Inverse Method

ศุภโชค แสงสว่าง¹, และ ประพจน์ ขุนทอง²

¹ นิสิตปริญญาเอก ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ 50 ถ. พหลโยธิน แขวงลาดยาว เขตจตุจักร กรุงเทพฯ 10900

² อาจารย์ประจำภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ 50 ถ. พหลโยธิน แขวงลาดยาว เขตจตุจักร กรุงเทพฯ 10900

*ติดต่อ: E-mail: supachokes@hotmail.com, เบอร์โทรศัพท์: 0-2942-8555 ต่อ 1830, เบอร์โทรสาร: 0-2579-4576

บทคัดย่อ

งานวิจัยชิ้นนี้เสนอวิธีการหาค่าการแพร่ความร้อนของของเหลวที่ไหลภายในท่อด้วยวิธีผกผัน โดยใช้ข้อมูลจากค่าอุณหภูมิของของเหลวที่วัดได้ขณะที่ไหลภายในท่อผ่านอุปกรณ์ให้ความร้อนนำมาคำนวณด้วยวิธีผกผันโดยใช้สมการการพาความร้อน 1 มิติ แบบสภาวะคงตัวเป็นสมการพื้นฐานในการแก้สมการ และใช้ระเบียบวิธีหาค่าผกผันแบบเลเวนเบิร์ก-มาร์ควาร์ดต์ พร้อมทั้งนี้ได้สร้างเครื่องมือทดสอบเพื่อการวิเคราะห์ค่าการแพร่ความร้อนของของเหลว โดยใช้ตัวอย่างของเหลว 3 ชนิดในการทดสอบหาความแม่นยำของวิธีการคือ น้ำ น้ำนม และน้ำมันปาล์ม ทั้งนี้ได้หาความสัมพันธ์ระหว่างความแม่นยำของวิธีการกับเส้นผ่าศูนย์กลางท่อ

คำหลัก: วิธีการผกผัน, ค่าการแพร่ความร้อน, วิธีเลเวนเบิร์ก-มาร์ควาร์ดต์

Abstract

The paper deals with determination of thermal diffusivity of liquid flow in pipe based on inverse problem. The temperature of heated liquid flowing in the pipe was measured and used for solving 1D steady state convective heat transfer equation using inverse problem techniques. The inverse algorithm based on the Levenburg-Marquardt method. Three kinds of liquid: water, milk, and palm oil, were used to validate accuracy of this method. The relations of pipe diameters to the accuracy of this technique were shown.

Keywords: Inverse method, Thermal diffusivity, Levenburg-Marquardt method

1. บทนำ

ในการวิเคราะห์ปัญหาทางความร้อนมีตัวแปรหลายตัวที่มีความสำคัญในการวิเคราะห์ ซึ่งค่าการแพร่ความร้อน (α) ก็เป็นตัวแปรหนึ่งที่มีความสำคัญเพราะเป็นค่าที่ชี้ให้เห็นว่า วัตถุนั้นมีคุณสมบัติยอมให้ความร้อนผ่านตัวเองได้รวดเร็วเพียงใด [1] ในการหาค่าการแพร่ความร้อนของของเหลวมีอยู่หลายวิธีและสามารถแบ่งออกเป็น 2 ประเภทใหญ่ๆ [2] คือ การหาด้วยวิธีแบบสภาวะคงตัว (steady-state method) และแบบสภาวะไม่คงตัว (unsteady-state method) สำหรับวิธีสภาวะคงตัวก็มีการพัฒนามาตลอดแต่เครื่องมือมีราคาแพงและยากในการหาค่า ในขณะที่วิธีสภาวะไม่คงตัวนั้นเป็นที่นิยม

มากกว่า [3] โดยเฉพาะวิธีหาค่าการแพร่ความร้อนในช่วงเปลี่ยนแปลงแบบเส้นลวดร้อน (transient hot-wire) เป็นวิธีพื้นฐานที่แพร่หลาย [4] ต่อจากนั้นก็ยังมีนักวิจัยหลายท่านพัฒนาวิธีการนี้ออกไปอย่างมากมาย [5-10] ซึ่งวิธีการทั้งหลายนั้นก็ล้วนแต่เป็นวิธีการวัดแบบเป็นครั้งคราว (batch) โดยการชักตัวอย่างของสารที่ต้องการทดสอบมาทำการวัดในห้องปฏิบัติการ ไม่ใช่การวัดแบบในสภาวะการขณะนั้น (real time) ทำให้ได้ค่าที่ไม่ใช่ค่าจริงในขณะนั้น ดังนั้นงานวิจัยนี้จึงมีจุดประสงค์ที่จะทำการวัดค่าการแพร่ความร้อนของของเหลวขณะไหลภายในท่อซึ่งเป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นเสมอในกระบวนการให้ความร้อนกับของเหลวในอุตสาหกรรมโดยจะทำให้ได้ค่าการ

แพร่ความร้อนของของเหลวในขณะนั้นในทันที ช่วยเพิ่มความถูกต้องของการวัดมากยิ่งขึ้น

2. ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

2.1 การพาความร้อนภายในท่อ

ในงานนี้ได้พิจารณาการไหลแบบราบเรียบภายในท่อผิวเรียบเป็นการไหลแบบคงตัว 1 มิติ ซึ่งมีสมการพลังงานของการพาความร้อนภายในท่อ[15] คือ

$$\frac{d^2 T}{dx^2} - \frac{U}{\alpha} \frac{dT}{dx} - \frac{2h}{kR} (T - T_s) = 0 \quad (1)$$

เงื่อนไขขอบเขต

$T = T_i$ ที่ $x = 0$ และ $T = T_o$ ที่ $x = L$

โดยที่ T คืออุณหภูมิ (K), T_i คือ อุณหภูมิทางเข้า (K), T_o คือ อุณหภูมิทางออก (K), T_s คือ อุณหภูมิที่ผิวท่อ(K), L คือ ความยาว (m), x คือระยะทางตามยาว (m) α คือค่าการแพร่ความร้อน(m^2/s), U คือความเร็วเฉลี่ยของของเหลวภายในท่อ (m/s) k คือค่าสภาพนำความร้อน ($W/m.K$), h คือสัมประสิทธิ์การพาความร้อน($W/m^2.K$) และ R คือค่ารัศมีของท่อ(m)

2.2. วิธีการผกผัน

การแก้ปัญหาแบบผกผัน (Inverse problems) เป็นวิธีที่เราารู้ผลลัพธ์จากการวัดแต่เรามีความปรารถนาที่ต้องการรู้เหตุที่กระทำกับระบบซึ่งไม่สามารถวัดได้โดยตรง ตัวอย่างเช่นในกรณีนี้เราสามารถวัดอุณหภูมิของของเหลวภายในท่อได้แต่เราต้องการทราบค่าการแพร่ความร้อนของของเหลวในท่อนั้น ซึ่งวิธีการที่ใช้หาค่าการแพร่ความร้อนของของเหลวจากค่าของอุณหภูมิของของเหลวภายในท่อที่วัดได้ก็คือวิธีการผกผันนั่นเอง

วิธีการผกผันมีมากมายหลายแบบ ในที่นี้ผู้วิจัยวิธีการผกผันแบบเลเวนเบิร์ก-มาควอตในการหาค่าการแพร่ความร้อน ซึ่งมีขั้นตอนดังต่อไปนี้[11]

ขั้นที่ 1 แก้มสมการ (1) ด้วยวิธีโดยตรงโดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เพื่อหาค่าอุณหภูมิที่จุดที่เราวัดค่า โดยการสมมติค่าการแพร่ความร้อน α_0 ในเบื้องต้นก่อนเพื่อคำนวณหาค่าอุณหภูมิ

ขั้นที่ 2 คำนวณค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์ (S)

$$S = \sum_{i=1}^l (Y_i - T_i(\alpha))^2 \quad (2)$$

โดยที่ Y_i คือ ค่าอุณหภูมิที่วัดได้, T_i คือ ค่าอุณหภูมิที่คำนวณได้จากสมการ (1)

ขั้นที่ 3 คำนวณค่าความไว (J)

$$J = \frac{\partial T}{\partial \alpha} \quad (3)$$

ขั้นตอนที่ 4 แก้มสมการพีชคณิตซึ่งมาจากระเบียบวิธีการทำซ้ำของวิธีเลเวนเบิร์ก-มาควอต ดังนี้

$$\alpha^{k+1} = \alpha^k + \left(J^T J + \mu^k I \right)^{-1} J^T (Y - T) \quad (4)$$

ขั้นตอนที่ 5 นำค่าการแพร่ความร้อนใหม่ที่คำนวณได้จากสมการ (4) ไปใช้ในสมการ (1) เพื่อหาค่าอุณหภูมิที่จุดวัดใหม่อีกครั้ง

ขั้นตอนที่ 6 ตรวจสอบค่า โดยถ้า

$S(\alpha^{k+1}) \geq S(\alpha^k)$ ให้แทนค่า μ^k ด้วย $10\mu^k$ แล้วกลับไปขั้นตอนที่ 4 แต่ถ้า $S(\alpha^{k+1}) < S(\alpha^k)$ ก็ให้ยอมรับค่า α^{k+1} และแทนค่า μ^k ด้วย $0.1\mu^k$

ขั้นตอนที่ 7 ตรวจสอบค่าผิดพลาดที่ยอมรับได้

(ϵ) จาก

$$S(\alpha^{k+1}) < \epsilon \quad (5)$$

ถ้าไม่เป็นไปตามสมการ (5) ให้ย้อนกลับไปทำซ้ำตั้งแต่ขั้นตอนที่ 3

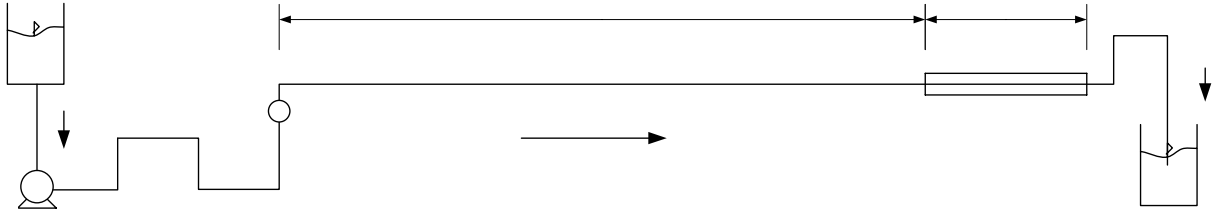
3. วิธีการทดลอง

การทดลองจะทำการจำลองการไหลผ่านท่อสแตนเลสโดยมีปั๊มเป็นตัวขับเคลื่อนของเหลวผ่านท่อ ผ่านเข้าสู่ช่วงของการให้ความร้อนซึ่งมีระยะ 30 cm ซึ่งมีอุปกรณ์ให้ความร้อนหุ้มอยู่ภายนอกท่อโดยควบคุมให้อุณหภูมิภายในท่อในช่วงนี้คงที่ ดังรูปที่ 1 ภายในช่วงของการให้ความร้อนนี้เราได้ทำการใส่อุปกรณ์การวัดอุณหภูมิลงไปโดยวางตัวในแนวกึ่งกลางท่อ แล้วทำการวัดอุณหภูมิในจุดต่างๆในช่วงการให้ความร้อน ดังรูปที่ 3 นำค่าอุณหภูมิที่ได้กับค่าอัตราการไหลมาคำนวณตามระเบียบวิธีผกผันโดยใช้โปรแกรม Matlab แล้วแสดงค่าการแพร่ความร้อนของของเหลวในขณะนั้นออกมาทางหน้าจอคอมพิวเตอร์ เราจะทำการทดลองกับของเหลว 3 ชนิดคือ น้ำ น้ำมัน และน้ำมันปาล์ม เปรียบเทียบความถูกต้องระหว่างค่าที่ได้จากวิธีการผกผัน กับค่าที่อ้างอิงจากงานวิจัยที่ทำมาก่อน จากนั้นลองเปลี่ยนขนาดท่อ 3 ขนาด เพื่อหาความสัมพันธ์ที่เกิดขึ้นกับค่าความแม่นยำของค่าที่คำนวณได้

4. ผลการทดลอง

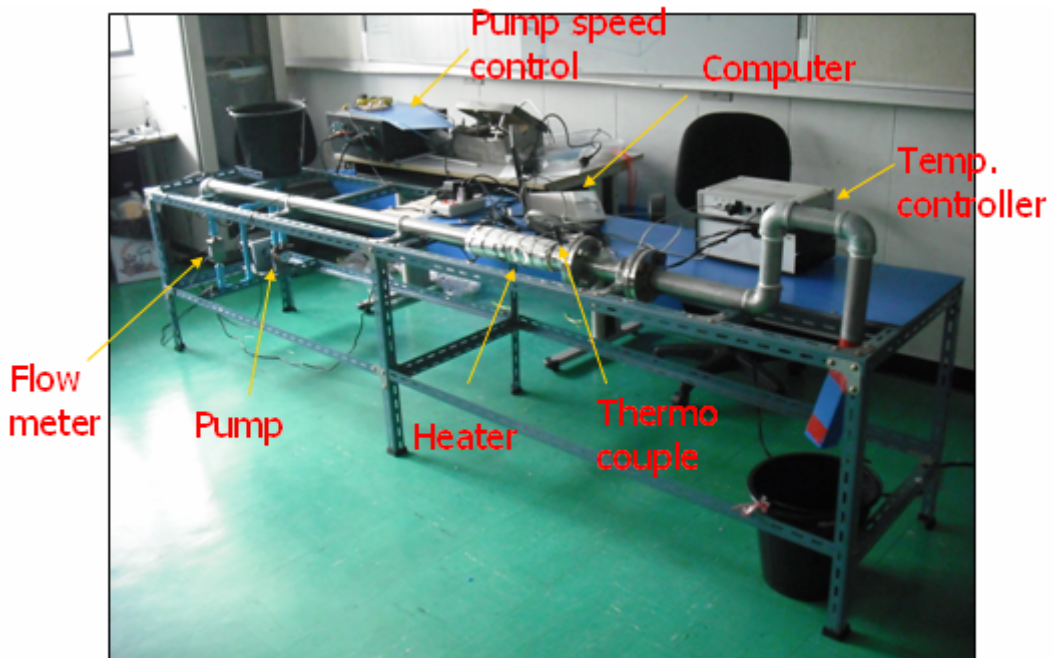
วัดค่าการแพร่ความร้อนของของเหลวตัวอย่าง 3 ชนิด คือ น้ำ น้ำนม และน้ำมันปาล์มตามวิธีการผกผัน

โดยให้ไหลผ่านท่อสแตนเลสที่มีเส้นผ่าศูนย์กลางต่างกัน 3 ขนาด คือ 4.23 cm, 2.65 cm และ 2.17 cm ตามลำดับ

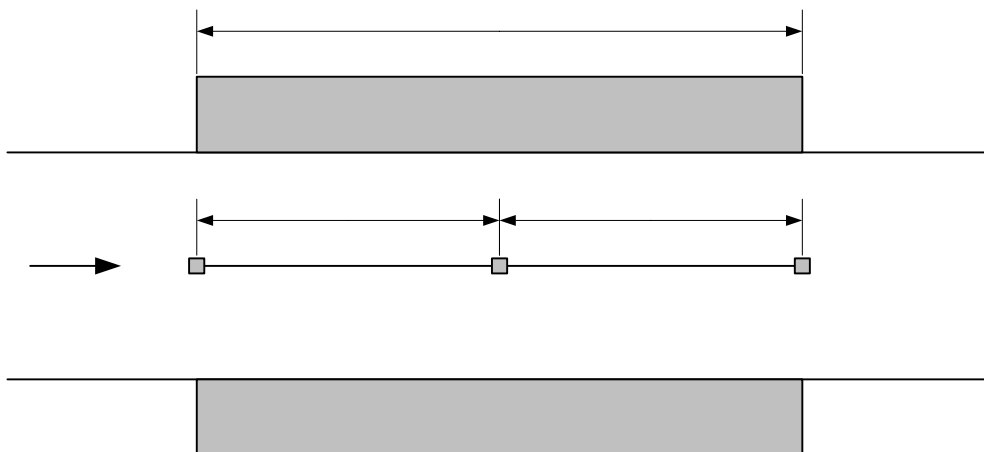


รูปที่ 1 แผนภาพระบบการทดลอง

ถังจ่ายของเหลว



รูปที่ 2 เครื่องมือทดสอบหาค่าการแพร่ความร้อน



รูปที่ 3 จุดวัดอุณหภูมิภายในท่อของส่วนให้ความร้อน

ตารางที่ 1 ค่าการแพร่ความร้อนของน้ำ น้ำมัน และ น้ำมันปาล์มซึ่งหาค่าได้ในขณะไหลผ่านท่อขนาด 4.23 cm. (หน่วย: m^2/s)

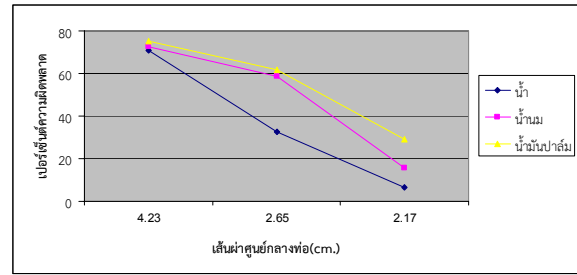
ของเหลว	ค่าที่คำนวณได้จากวิธีการผกผัน	ค่าอ้างอิง (30°C) [12-14]	เปอร์เซ็นต์ความผิดพลาด
น้ำ	4.310×10^{-8}	1.480×10^{-7}	70.9%
น้ำมัน	2.376×10^{-7}	1.375×10^{-7}	72.8%
น้ำมันปาล์ม	2.557×10^{-8}	1.035×10^{-7}	75.3%

ตารางที่ 2 ค่าการแพร่ความร้อนของน้ำ น้ำมัน และ น้ำมันปาล์มซึ่งหาค่าได้ในขณะไหลผ่านท่อขนาด 2.65 cm. (หน่วย: m^2/s)

ของเหลว	ค่าที่คำนวณได้จากวิธีการผกผัน	ค่าอ้างอิง (30°C) [12-14]	เปอร์เซ็นต์ความผิดพลาด
น้ำ	1.000×10^{-7}	1.480×10^{-7}	32.4%
น้ำมัน	5.677×10^{-8}	1.375×10^{-7}	58.7%
น้ำมันปาล์ม	3.946×10^{-8}	1.035×10^{-7}	61.9%

ตารางที่ 3 ค่าการแพร่ความร้อนของน้ำ น้ำมัน และ น้ำมันปาล์มซึ่งหาค่าได้ในขณะไหลผ่านท่อขนาด 2.17 cm. (หน่วย: m^2/s)

ของเหลว	ค่าที่คำนวณได้จากวิธีการผกผัน	ค่าอ้างอิง (30°C) [12-14]	เปอร์เซ็นต์ความผิดพลาด
น้ำ	1.383×10^{-7}	1.480×10^{-7}	6.6%
น้ำมัน	1.161×10^{-7}	1.375×10^{-7}	15.6%
น้ำมันปาล์ม	1.335×10^{-7}	1.035×10^{-7}	29.0%



รูปที่ 4 แผนภาพแสดงแนวโน้มของค่าเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดกับค่าเส้นผ่าศูนย์กลางท่อ

5. สรุปผลการทดลอง

การหาค่าการแพร่ความร้อนของของไหลขณะไหลภายในท่อโดยใช้วิธีผกผัน มีความเป็นไปได้ ทั้งนี้โดยถ้าวัดในท่อขนาดเล็กจะมีความผิดพลาดน้อยกว่าท่อขนาดใหญ่ เนื่องจากการไหลในท่อขนาดเล็กมีลักษณะใกล้เคียงกับการไหล 1 มิติที่สมมติในการคำนวณมากกว่าท่อขนาดใหญ่ และการวัดค่าการแพร่ความร้อนของน้ำจะให้ค่าใกล้เคียงมากกว่าน้ำมันและน้ำมันปาล์มเนื่องจากมีความหนืดน้อยที่สุด ซึ่งใกล้เคียงกับสมการหลักที่ไม่คิดความหนืดในการคำนวณ

6. กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณภาควิชาวิศวกรรมเคมี คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ที่เอื้อเฟื้อน้ำกลั่นในการทดสอบ และขอขอบคุณพ่อแม่ครูอาจารย์ พี่น้องทั้งหลาย ตลอดจนเพื่อนทุกคนที่เป็นกำลังใจในการทำงาน จนทำให้งานนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

7. เอกสารอ้างอิง

- [1] Singh, R.P. (1982). Thermal diffusivity in food processing. Food Technology, vol. 36 (2), pp. 87-91.
- [2] Y.S. Touloukian, P.E. Liley, S.C. Saxena, Thermal conductivity of nonmetallic liquids and gases, in: Thermal Properties of Matter, vol. 3, IFI/Plenum, New York/Washington, 1970.
- [3] Yi-Ting Cheng, Chih-Wei Chang, Ya-Rui Chung, Jui-Hung Chien, Jin-Sun Kuo, Wei-Ting Chen, Ping-Hei Chen (2007). A novel CMOS sensor for measuring thermal diffusivity of liquids, Sensors and Actuators A 135 2007, pp. 451-457.

- [4] Y. Nagasaka, Y. Nagashima, Simultaneous measurement of the thermal conductivity and the thermal diffusivity of liquids by the transient hot-wire method, *Rev. Sci. Instrum.* Vol. 52, 1981, pp. 229–232.
- [5] Junko Morikawa, Toshimasa Hashimoto. (2000). Simultaneous measurement of heat capacity and thermal diffusivity in solid±solid and solid±liquid phase transitions of n-alkane, *Thermochimica Acta* 352-353 (2000), pp. 291-296.
- [6] N.J. Chen, J. Morikawa, A. Kishi, T. Hashimoto (2005). Thermal diffusivity of eutectic of alkali chloride and ice in the freezing–thawing process by temperature wave analysis, *Thermochimica Acta* vol. 429. 2005, pp. 73–79.
- [7] Miroslav Kubasek, Milan Houska, Ales Landfeld, Jan Strohalm, Jiri Kamarad, Rudolf Zitny (2006). Thermal diffusivity estimation of the olive oil during its high-pressure treatment. *Journal of Food Engineering*, vol. 74 (2006), pp. 286–291.
- [8] Xing Zhang, Hua Gu, Motoo Fujii. (2007). Effective thermal conductivity and thermal diffusivity of nanofluids containing spherical and cylindrical nanoparticles, *Experimental Thermal and Fluid Science*, vol. 31, 2007, pp. 593–599.
- [9] Giampaolo Betta, Massimiliano Rinaldi, Davide Barbanti, Roberto Massini. (2009). A quick method for thermal diffusivity estimation: Application to several foods, *Journal of Food Engineering*, vol. 91, 2009, pp. 34–41.
- [10] Lihan Huang, Lin-Shu Liu. (2009). Simultaneous determination of thermal conductivity and thermal diffusivity of food and agricultural materials using a transient plane-source method, *Journal of Food Engineering*, vol. 95 , 2009, pp. 179–185.
- [11] M. Necati Ozisik and Helcio R. B. Orlande (2000). *Inverse Heat Transfer: Fundamentals and Applications*, Taylor & Francis, New York.
- [12] Liley, P.E., December 1978. *Steam Tables in SI Units*, Private communication, School of Mechanical Engineering, Purdue University, West Lafayette, Ind.
- [13] Top-Notch Technology in Production of Oil and Fats. Palm oil properties, URL: <http://www.chempro.in/palmoilproperties.htm>, access on 14/06/2012.
- [14] Martens, T.(1980). *Mathematical model of heat processing in flat containers*. Ph.D. Thesis. Katholieke University, Leuven, Belgium.
- [15] M. Necati Ozisik. (1994). *Finite Difference Methods in Heat Transfer*, CRC Press, Florida.