

การเปรียบเทียบความเร็วการไหลบริเวณท่อดิฟฟิวเซอร์
ระหว่างการถ่ายภาพอนุภาคในของไหลและการจำลองการไหลแบบสองเฟส

The Comparison of Velocity at Diffuser Region between
Particle Image Velocimetry and Two Phase Flow Simulation

ชลธิศ บำรุงวัต และ ชวลิต กิตติชัยการ*

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
50 ถนนงามวงศ์วาน แขวงลาดยาว เขตจตุจักร กรุงเทพฯ 10900
*E-mail: fengclck@ku.ac.th, เบอร์โทรศัพท์: (+66)2-797-0999 ต่อ 1827

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้นำเสนอการเปรียบเทียบความเร็วการไหลที่เกิดขึ้นในท่อดิฟฟิวเซอร์ระหว่างวิธีการถ่ายภาพอนุภาคในของไหล (Particle Image Velocimetry, PIV) และแบบจำลองการไหลแบบสองเฟสด้วยโปรแกรมทางด้านพลศาสตร์ของไหล (Computational Fluid Dynamics, CFD) ในการทดลองจะใช้สารไทเทเนียมไดออกไซด์ (TiO_2) ขนาด 3 ไมครอน เป็นอนุภาคในการใช้ตรวจจับการเคลื่อนที่โดยถูกผสมอยู่ในน้ำในปริมาณ 0.1 เปอร์เซ็นต์โดยมวล ของไหลจะเคลื่อนที่ด้วยค่าเลขเรย์โนลด์ส 13,000 ผ่านท่ออะครีลิคใสซึ่งภายในมีช่วงที่ขยายออกซึ่งจำลองลักษณะมาจากดิฟฟิวเซอร์ พื้นที่วิเคราะห์ถูกแบ่งขนาดเป็น 18×32 ช่อง เลเซอร์ความเข้มสูงจะยิงในแนวระนาบไปกระทบกับอนุภาคและถูกบันทึกด้วยกล้องความเร็วสูงเพื่อนำภาพไปวิเคราะห์หาความเร็วที่เกิดขึ้นในการจำลองการไหล แบบจำลองสองมิติได้ถูกสร้างขึ้นตามขนาดของชุดทดสอบจริงและมีพื้นที่วิเคราะห์จำนวน 2,142 ช่อง มีการตั้งค่าโมเดลการไหลแบบปั่นป่วนและลักษณะของไหลแบบสองเฟสคือของเหลวและอนุภาคขอบเขตทางเข้าของแบบจำลองได้นำมาจากผลการทดลอง PIV ซึ่งแบ่งเป็น 16 ส่วน ในส่วนของสารแขวนลอยได้ใช้คุณสมบัติของไทเทเนียมไดออกไซด์เพื่อนำผลเปรียบเทียบกับผลการทดลอง PIV จากนั้นได้ปรับเปลี่ยนชนิดของอนุภาคในแบบจำลองเป็นสารผลึกเหลว (Liquid Crystals) ที่มีขนาดอยู่ในช่วง 10 ถึง 100 ไมครอน เพื่อเปรียบเทียบกับแบบจำลองของไทเทเนียมไดออกไซด์

จากผลการทดลองพบว่าความเร็วทางเข้าของชุดทดสอบมีค่าไม่สม่ำเสมอและมีค่าลดลงเมื่อเข้าสู่บริเวณส่วนขยายของท่อ ในส่วนของแบบจำลองของไทเทเนียมไดออกไซด์เมื่อเปรียบเทียบกับชุดทดสอบพบว่า ภายในท่อมีความคลาดเคลื่อนเริ่มต้นประมาณ 10 เปอร์เซ็นต์และพบค่าที่มากขึ้นบริเวณปลายทางออกและผิวท่อ สำหรับการเปรียบเทียบระหว่างไทเทเนียมไดออกไซด์และผลึกเหลวพบว่า บริเวณตรงกลางของท่อมีความคลาดเคลื่อนไม่เกิน 5 เปอร์เซ็นต์ และที่แบบจำลองผลึกเหลวขนาด 10 และ 100 ไมครอน มีค่าความเร็วของของไหลแตกต่างกันไม่เกิน 0.1 เปอร์เซ็นต์ ดังนั้นการนำอนุภาคผลึกเหลวมาประยุกต์ใช้แทนไทเทเนียมไดออกไซด์ในแบบจำลองการไหลมีผลกระทบต่อคุณลักษณะการไหลที่ยอมรับได้ ซึ่งการใช้ผลึกเหลวแทนไทเทเนียมไดออกไซด์จะทำให้ได้ข้อมูลการไหลทั้งความเร็วและอุณหภูมิในเวลาเดียวกัน

คำหลัก: ดิฟฟิวเซอร์, การถ่ายภาพอนุภาคในของไหล, แบบจำลองการไหล, ผลึกเหลว

Abstract

This paper presents the comparison of velocity distribution at diffuser region between Particle Image Velocimetry technique (PIV) and two-phase flow simulation using Computational Fluid Dynamics program (CFD). In experiment, 3-micron Titanium Dioxide was suspended in fluid for tracking particle at 0.1 percent by weight mixing ratio. Fluid flowed at the Reynolds Number of 13,000 via transparent acrylic diffuser. Analyzed area was divided to small area at 18x32 cells. High intensity laser was used to detect the suspended particle and these particles' reflection was recorded using high-speed digital camera. The captured images then analyzed for velocity's magnitude and direction. Experiment data was used to create a two-dimensional model with 2,142 meshes spreaded all over the model. The turbulent model was used in this analysis with two-phase, liquid and solid. Sixteen values of inlet velocities obtained from the experiment were set as the inlet boundary. The Titanium Dioxide was used as the suspended particle for comparison with PIV experiment. Another simulation was else performed using Liquid Crystals as suspended particle. These Liquid Crystals had variable size from 10 to 100 micron. This simulation was for comparison with result of Titanium Dioxide's simulation.

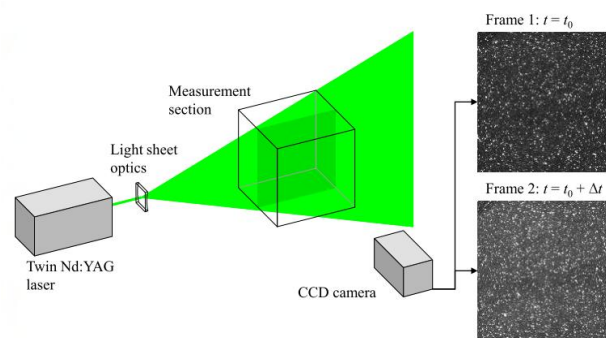
From result obtained, it was found that velocity inlet from PIV experiment had different value and decreased gradually at diffuser region. The comparison between PIV experiment and Titanium Dioxide's simulation shows initial error of 10 percent and increased further along flow direction. For comparison between simulation of Titanium Dioxide and Liquid Crystals, the error was not exceeding 10 percent. The comparison between Titanium Dioxide and Liquid Crystals' size between 10 and 100 micron shows that the different in velocity was not exceeding 0.1 percent. Moreover, Liquid Crystals can be analyzed for flow's characteristic both velocity and temperature in the same time.

Keywords: Diffuser, Particle Image Velocimetry, Flow Simulation, Liquid Crystals

1. บทนำ

การถ่ายภาพอนุภาคในของไหล (Particle Image Velocimetry, PIV) เป็นวิธีการวัดความเร็วของไหล ด้วยการถ่ายภาพอนุภาคที่แขวนลอยในของไหล โดยอนุภาคที่ใช้จะขึ้นอยู่กับสมบัติของของไหลนั้น ตัวอย่างเช่น ละอองน้ำมัน ไทเทเนียมไดออกไซด์ ในการทดลองจะใช้แสงความเข้มสูงยิงออกมาเป็นแผ่นระนาบเพื่อสะท้อนกับอนุภาคและจะถูกบันทึกด้วยกล้องความเร็วสูง (ดังรูปที่ 1) และรูปภาพจะถูกนำไปวิเคราะห์ทางสถิติเพื่อหาแนวโน้มของทิศทางและความเร็วในแต่ละพื้นที่ย่อยๆ และนำมารวมเป็นสนามเวกเตอร์ความเร็ว ซึ่งวิธีการ PIV นี้จะสามารถแสดงผลการวิเคราะห์ความเร็วได้ทั่วทั้งพื้นที่ที่

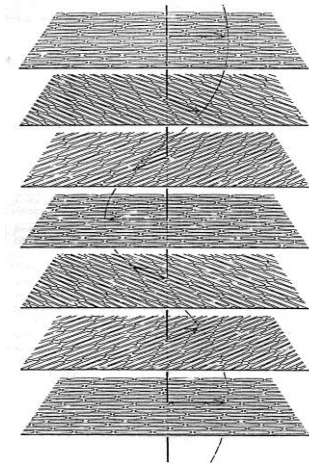
ต้องการโดยไม่กีดขวางเส้นทางการไหล และทำให้ได้ผลการทดลองที่แม่นยำ



รูปที่ 1 เทคนิคการวัดความเร็วด้วยการถ่ายภาพอนุภาคในของไหล

Corvaro et al. (2009) ได้ทำการทดลองเพื่อศึกษาความเร็วที่เกิดขึ้นจากการพาความร้อนแบบธรรมชาติด้วยวิธีการ PIV โดยใช้ละอองน้ำมันขนาด 1 ไมครอนเป็นสารแขวนลอยในน้ำ ซึ่งผลการทดลองได้แสดงถึงกระแสของการไหลและได้แสดงค่าความเร็วทั่วทั้งพื้นที่วิเคราะห์

อนุภาคผลึกเหลว (Liquid Crystals) เป็นสารในกลุ่มพอลิเมอร์ มีโครงสร้างเป็นแผ่นบางเป็นชั้นๆ ดังรูปที่ 2 เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิจะส่งผลต่อโครงสร้างของผลึกเหลวให้มีการยืดหรือหดตัว เมื่อมีแสงขาวมาตกกระทบก็จะมีการสะท้อนแสงที่มีความยาวคลื่นต่างๆ ในช่วงของรังสี UV ขึ้นอยู่กับระยะห่างของโครงสร้างแต่ละชั้น ซึ่งผลึกเหลวที่ถูกผลิตขึ้นมาจะมีข้อจำกัดเรื่องช่วงของอุณหภูมิที่จะเกิดการสะท้อนแสงและขนาดของผลึกเหลวจะอยู่ในช่วง 10 ถึง 100 ไมครอน

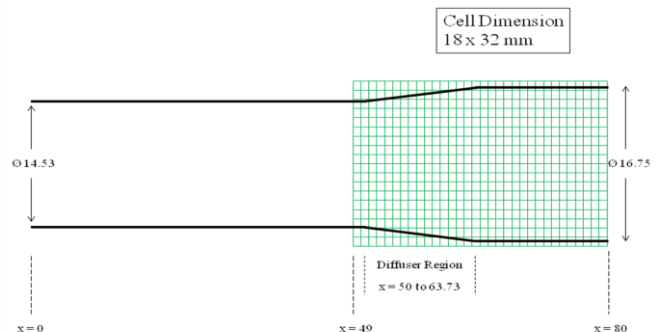


รูปที่ 2 แสดงโครงสร้างของอนุภาคผลึกเหลว

งานวิจัยนี้มุ่งเน้นถึงการเปรียบเทียบความเร็วที่ได้จากการวัดด้วยเทคนิค PIV ด้วยอนุภาคไทเทเนียมไดออกไซด์ กับการจำลองการไหลด้วยโปรแกรมทางด้านพลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณ (CFD) จากนั้นได้นำคุณสมบัติของผลึกเหลว (Liquid Crystals) มาจำลองการไหลแทนอนุภาคไทเทเนียมไดออกไซด์ เพื่อเปรียบเทียบความเร็วระหว่างอนุภาคทั้งสองและวิเคราะห์ถึงความเป็นไปได้ก่อนนำไปทดสอบจริง

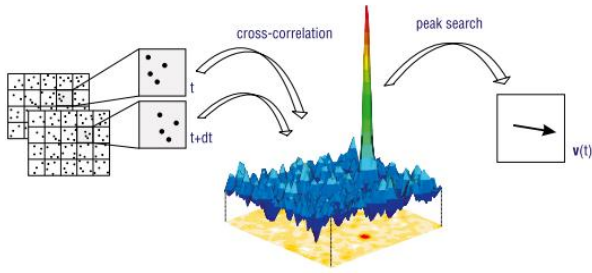
2. กระบวนการทดลอง

ชุดทดสอบได้นำข้อมูลการวิจัยของ วิชัย สิ้นจักษ์ (2553) ที่ศึกษาเกี่ยวกับลักษณะของครีบริดดิฟฟิวเซอร์ในเครื่องยนต์กังหันก๊าซ ในขั้นแรก ท่ออะครีลิคได้ถูกสร้างที่มีความยาว 80 มม. เส้นผ่านศูนย์กลางทางเข้า 14.53 มม. ช่วงท่อตรง 50 มม. และมีช่วงขยายของท่อเป็น 16.75 มม. และมีความยาวในช่วงนี้อยู่ที่ 13.73 มม. ของไหลที่ทางเข้าจะเป็นน้ำผสมกับอนุภาคไทเทเนียมไดออกไซด์ (TiO_2) ขนาด 3 ไมครอน ซึ่งถูกผสมในอัตราส่วน 0.1 เปอร์เซ็นต์โดยมวล ของไหลจะถูกดูดโดยใช้ปั๊มจุ่มและไหลสู่ทางเข้าของชุดทดสอบที่ค่าเลขเรย์โนลด์ส 13,000 สำหรับพื้นที่วิเคราะห์ความเร็ว จะเริ่มจากปากทางเข้าช่วงดิฟฟิวเซอร์ (ตำแหน่ง $x = 49$ มม.) จนถึงปลายทางออกของท่ออะครีลิค (ตำแหน่ง $x = 80$ มม.) โดยพื้นที่วิเคราะห์จะถูกแบ่งออกเป็นช่องสี่เหลี่ยมขนาด 1 มม. จำนวน 18×32 ช่อง ดังรูปที่ 3



รูปที่ 3 ชุดทดสอบ PIV และพื้นที่ทำการวิเคราะห์ความเร็ว

การบันทึกผล จะทำการยิงเลเซอร์ความเข้มสูงออกมาเป็นแผ่นระนาบพาดผ่านบริเวณพื้นที่วิเคราะห์ และใช้กล้องความเร็วสูงบันทึกภาพต่อเนื่องจำนวน 40 ชุด ชุดละ 2 ภาพซึ่งมีช่วงเวลาห่างกัน 25 มิลลิวินาที จากนั้นจะนำภาพแต่ละชุดมาแบ่งเป็นพื้นที่เล็กๆ และนำไปวิเคราะห์ทางสถิติเพื่อหาแนวโน้มทิศทางความเร็วในพื้นที่ที่สนใจ ดังรูปที่ 4 และสุดท้าย จะนำผลความเร็วมาเฉลี่ยเป็นรูปภาพที่แสดงเวกเตอร์ความเร็วเพียงภาพเดียว



รูปที่ 4 การวิเคราะห์ทางสถิติเพื่อหาแนวโน้มทิศทางและความเร็วของอนุภาค

3. แบบจำลองการไหล

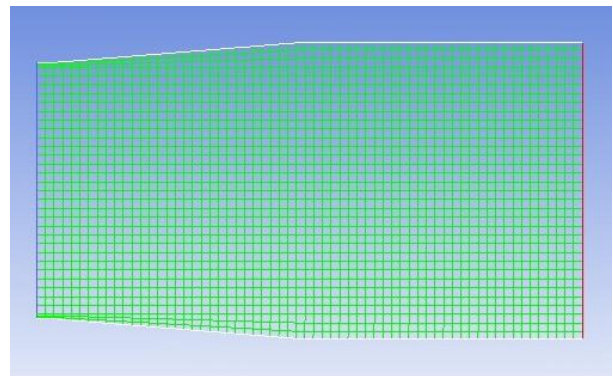
การจำลองการไหลได้ใช้โปรแกรมทางพลศาสตร์เชิงคำนวณสร้างแบบจำลอง 2 มิติจากขนาดจริงของชุดทดสอบในช่วงบริเวณทางเข้าดีฟิวเซอร์ถึงปลายท่อ (ตำแหน่ง $x = 49$ ถึง 80 มม.) พื้นที่วิเคราะห์ได้ถูกแบ่ง mesh ในลักษณะ quadratic ขนาดช่องละ 0.5 มม. ซึ่งจะได้พื้นที่วิเคราะห์การไหลจำนวน 2,142 ช่อง ดังรูปที่ 5 สำหรับสภาวะของของไหลได้เลือกใช้เป็น Multiphase Flow และใช้ Mixture Model มาเป็นทฤษฎีในการคำนวณ คุณสมบัติของของไหลจะถูกแบ่งออกเป็นสองเฟสคือสถานะของเหลวและของแข็ง โดยสภาวะของเหลวใช้คุณสมบัติของน้ำ และของแข็งใช้คุณสมบัติของสารไทเทเนียมไดออกไซด์ ดังตารางที่ 1 ซึ่งค่าสัดส่วนโดยปริมาตรจะได้มาจากความสัมพันธ์ของค่าความหนาแน่นของอนุภาคและอัตราส่วนผสมโดยมวล สำหรับขอบเขตทางเข้าจะถูกตั้งเป็น Velocity Inlet ซึ่งค่าความเร็วทางเข้าที่ใช้ในแบบจำลองจะนำมาจากผลการทดลอง PIV ซึ่งแบ่งย่อยเป็น 16 ค่า และขอบเขตที่ทางออกถูกตั้งเป็น Pressure Outlet เป้าหมายของแบบจำลองนี้เพื่อเปรียบเทียบค่าความคลาดเคลื่อนระหว่างผลที่ได้จากการทดลองโดยใช้ PIV และผลการจำลองการไหลที่ผสมสารไทเทเนียมไดออกไซด์โดยใช้คอมพิวเตอร์

หลังจากนั้น อนุภาคในแบบจำลองจะถูกเปลี่ยนเป็นคุณสมบัติของผลึกเหลว ซึ่งคุณสมบัติของความหนาแน่นและความหนืดได้ค่ามาจากการทดลองของ Lutjen et al. (2001) และ Qingkun et al. (2011) โดยลำดับ ดังตารางที่ 1 สำหรับขนาดอนุภาคผลึกเหลวจะถูกวิเคราะห์ที่ขนาด 10, 25, 50, 75, และ 100

ไมครอน เป้าหมายเพื่อเปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนระหว่างแบบจำลองของไทเทเนียมไดออกไซด์ และแบบจำลองของผลึกเหลวที่ขนาดต่างๆ

ตารางที่ 1 คุณสมบัติของอนุภาคสำหรับการจำลองการไหลแบบสองเฟส

คุณสมบัติ	TiO ₂	Liquid Crystal
1. ขนาด (μm)	3	10 - 100
2. ความหนาแน่น (kg/m ³)	4,000	1,100
3. ความหนืด (kg/m·s)	5	0.0398
4. สัดส่วนโดยปริมาตร (ที่ 0.1% โดยมวล)	0.00025	0.000908

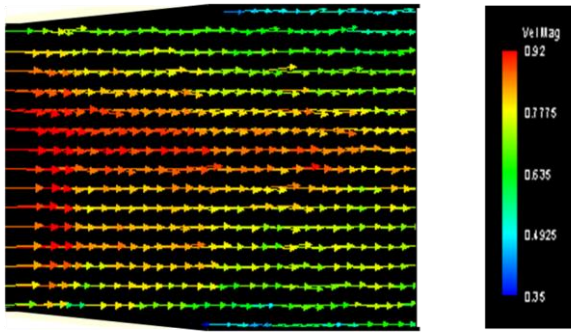


รูปที่ 5 แบบจำลองของท่อดีฟิวเซอร์ในระดับ 2 มิติ

4. ผลการทดลอง

4.1 การถ่ายภาพอนุภาคในของไหล

จากรูปภาพเวกเตอร์ความเร็วของการทดลอง PIV พบว่า บริเวณทางเข้ามีค่าความเร็วที่แตกต่างกัน ซึ่งเกิดเป็นการไหลแบบ non-uniform และในบริเวณส่วนขยาย ความเร็วในท่อก็มีการกระจายความเร็วออกสู่บริเวณด้านข้างซึ่งทำให้บริเวณตรงกลางมีความเร็วลดลง ดังรูปที่ 6



รูปที่ 6 เวกเตอร์ความเร็วจากวิธีการ PIV

สำหรับค่าความเร็วที่ทางเข้า พื้นที่วิเคราะห์ที่ถูกแบ่งออกมาสามารถวิเคราะห์เวกเตอร์ความเร็วตามแนวแกน x ออกมาได้ 16 ค่า จากนั้นได้นำค่าเหล่านี้มาสร้างเส้นกราฟด้วยสมการพหุนามสี่อันดับที่สี่ และได้ออกมาดัง สมการที่ 1

$$y = -0.0003x^4 + 0.0096x^3 - 0.1078x^2 + 0.4967x + 0.0296 \quad (1)$$

เมื่อนำสมการความเร็วของทางเข้ามาใส่ตำแหน่งทางเข้าที่จุดต่างๆ จะได้ค่าขอบเขตความเร็วที่จะนำไปใช้กับแบบจำลองการไหล ดังตารางที่ 2

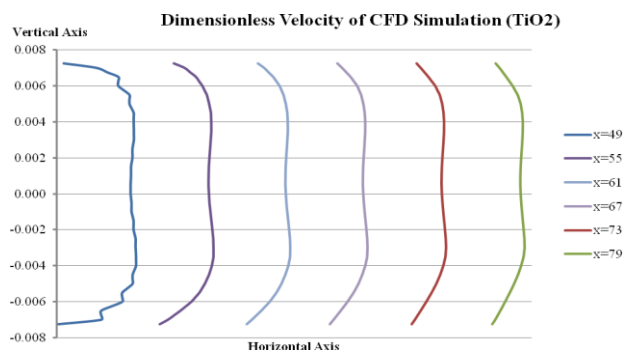
ตารางที่ 2 แสดงความเร็วทางเข้าที่ตำแหน่งต่างๆ สำหรับแบบจำลองการไหล (หน่วย: เมตร/วินาที)

ตำแหน่งทางเข้า	ความเร็ว
1	0.4452
2	0.6614
3	0.7823
4	0.8276
5	0.8298
6	0.8141
7	0.7986
8	0.7942
9	0.8045
10	0.8262
11	0.8484

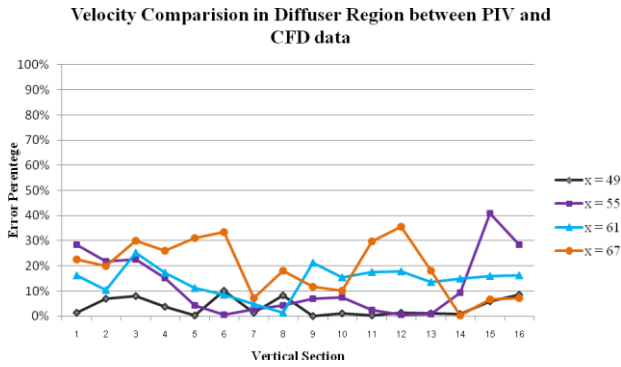
12	0.8532
13	0.8157
14	0.7035
15	0.4772
16	0.0901

4.2 การเปรียบเทียบผลการทดลองกับแบบจำลองการไหล

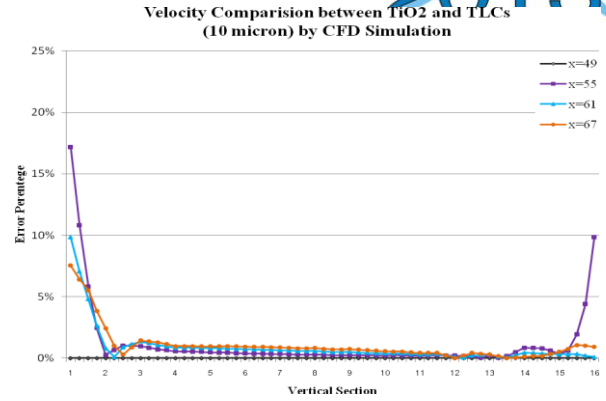
จากการจำลองการไหลด้วยสมการคล้ายคลึงกับการทดลองจริง โดยใช้ค่าความเร็วทางเข้าจากการทดลอง PIV รูปที่ 7 แสดงค่าความเร็วไร้หน่วยตลอดหน้าตัดที่ตำแหน่งต่างๆ ตามแกน x ซึ่งพบว่าบริเวณตรงกลางของท่อมีความเร็วที่ลดลงและมีการกระจายความเร็วออกสู่ด้านข้างอย่างต่อเนื่อง ในส่วนของการวิเคราะห์ความคลาดเคลื่อน จากรูปที่ 8 พบว่าบริเวณทางเข้ามีความคลาดเคลื่อนที่มากที่สุดที่ 20 เปอร์เซ็นต์ และพบค่าความคลาดเคลื่อนที่มากขึ้นหลังจากผ่านส่วนของส่วนขยายดีฟิวเซอร์ และรูปที่ 9 แสดงการเปรียบเทียบความเร็วระหว่างเฟสของน้ำและเฟสของอนุภาคไทเทเนียมไดออกไซด์ พบว่าความเร็วของทั้งสองเฟสมีค่าใกล้เคียงกันมาก เนื่องจากขนาดของอนุภาคที่เล็กมาก และอัตราการผสมที่น้อย ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Eesa and Barigou (2009).



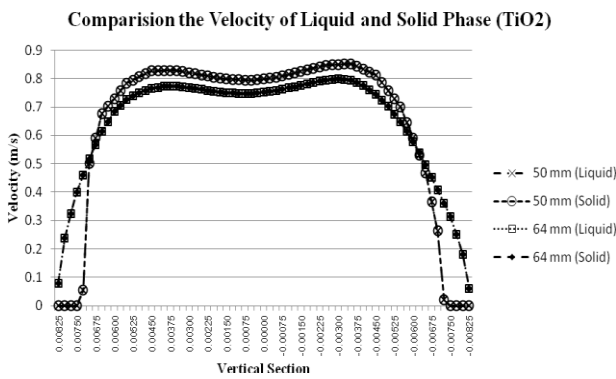
รูปที่ 7 กราฟแสดงความเร็วไร้หน่วยของแบบจำลองการไหลที่ตำแหน่งต่างๆ



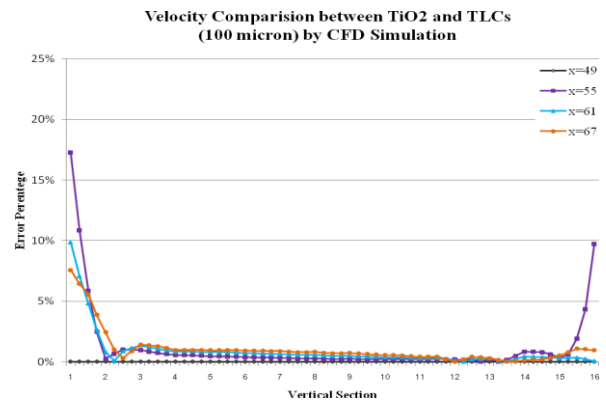
รูปที่ 8 กราฟแสดงเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของแบบจำลองเมื่อเทียบกับการทดลอง PIV



รูปที่ 10 กราฟแสดงเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของแบบจำลองระหว่าง TiO2 และผลึกเหลว 10 ไมครอน



รูปที่ 9 กราฟแสดงการเปรียบเทียบความเร็วระหว่างเฟสของเหลวและของแข็งที่ตำแหน่ง $x = 50$ มม. และ 64 มม.



รูปที่ 11 กราฟแสดงเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของแบบจำลองระหว่าง TiO2 และผลึกเหลว 100 ไมครอน

4.3 การเปรียบเทียบแบบจำลองการไหลระหว่างไทเทเนียมไดออกไซด์กับผลึกเหลว

จากแบบจำลองการไหลของผลึกเหลว ได้แสดงถึงค่าความคลาดเคลื่อนของความเร็วการไหล ดังรูปที่ 10 และ 11 ซึ่งได้แสดงขนาดของอนุภาคผลึกเหลวในสองกรณี คือ ขนาดเล็กสุด (10 ไมครอน) และขนาดใหญ่สุด (100 ไมครอน) ตามลำดับ พบว่า ค่าความคลาดเคลื่อนเมื่อเปรียบเทียบกับอนุภาคไทเทเนียมไดออกไซด์มีความคลาดเคลื่อนไม่เกิน 5 เปอร์เซ็นต์ทั้งสองขนาด และยังพบว่า ค่าความเร็วของอนุภาคขนาด 10 และ 100 ไมครอน มีความแตกต่างกันมากที่สุดไม่เกิน 0.1 เมตรต่อวินาที

5. สรุป

วิธีการ PIV สามารถนำมาวิเคราะห์ลักษณะการไหลที่เกิดขึ้นได้ทั่วทั้งพื้นที่ที่สนใจโดยไม่เกิดผลกระทบต่อชุดทดสอบ ในส่วนการทดลอง ความยาวของท่อทางเข้าชุดทดสอบเป็นปัจจัยที่ทำให้การไหลเป็นแบบ non-uniform และส่งผลต่อการกระจายความเร็วในชุดทดสอบ และเกิดความคลาดเคลื่อนเมื่อเปรียบเทียบกับแบบจำลองการไหลที่ใช้สภาวะเดียวกัน

การเปลี่ยนอนุภาคผลึกเหลวมาใช้แทนอนุภาคไทเทเนียมไดออกไซด์ในแบบจำลองการไหลที่อัตราส่วน 0.1 เปอร์เซ็นต์โดยมวล พบว่าค่าความคลาดเคลื่อนมากที่สุดไม่เกิน 5 เปอร์เซ็นต์ และเมื่อเปรียบเทียบจากขนาดของอนุภาคระหว่าง 10 และ

100 ไมครอนพบความแตกต่างของความเร็วไม่เกิน
0.1 เปอร์เซ็นต์

6. กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒสำหรับห้องทดลอง PIV และขอขอบคุณบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ สำหรับทุนอุดหนุนการวิจัย

7. เอกสารอ้างอิง

[1] วิชัย สิ้นจักษ์ (2553). การออกแบบและทดสอบดิฟฟิวเซอร์ประกอบร่วมกับใบพัดคอมเพรสเซอร์วีลแบบการไหลผ่านของอากาศตามแนวรัศมีโดยใช้เทคนิควิธีการถ่ายภาพอนุภาค. วิทยานิพนธ์ปริญญาโท มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

[2] Corvaro, F. and Paroncini, M. (2009). An experimental study of natural convection in a differentially heated cavity through a 2D-PIV system. *International Journal of Heat and Mass Transfer* vol. 52 (1-2), pp. 355-365.

[3] Gharib, M. and Daribi, D. (2000). Digital particle image velocimetry, pp. 123-147. In Smits, A.J. and Lim, T.T., eds. *Flow Visualization: Techniques and Examples*. Imperial College Press, Singapore.

[4] Lutjen PM, Mishra D, Prasad V (2001). Three dimensional visualization and measurement of temperature field using liquid crystal scanning thermography. *Journal of Heat Transfer* vol. 123, pp. 1006-1014.

[5] Qingkun Liu, Theodor Asavei, Taewoo Lee, Halina Rubinsztein-Dunlop, Sailing He, and Ivan I. Smalyukh (2011). Measurement of viscosity of lyotropic liquid crystals by means of rotating laser-trapped microparticles. *Optics Express* vol. 19 (25).

[6] Eesa M., Barigou M. (2009). CFD investigation of the pipe transport of coarse solids in laminar power law fluids. *Chemical Engineering Science* vol. 64, pp. 322 - 333.