อิทธิพลของอุณหภูมิไอโซเทอร์มอลขอบเขตด้านล่างที่มีผลต่อการสร้างสมการการหาค่าฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล-อินทิกรัลในรูปแบบของสมการโพลิโนเมียลอันดับสอง

Effect of Isothermal Temperature of Lower Boundary for Producing the Exponential Integral Function In Form of the Second Order Polynomial Equation

จัตุพล ป้องกัน[1], พิพัฒน์ อมตฉายา[1], ณรงค์ศักดิ์ โยธา[2], พรสวรรค์ ทองใบ[1] และ บัณฑิต กฤตาคม[1]*

[1] ห้องปฏิบัติการวิจัยการพัฒนาในเทคโนโลยีของวัสดุพรุน
(Development in Technology of Porous Materials Research Laboratory: DiTo-Lab)
สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์และสถาปัตยกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลอีสาน
[2] สาขาวิชาคณิตศาสตร์และสถิติประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์และศิลปศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลอีสาน
744 ถนนสุรนารายณ์ ตำบลในเมือง อำเภอเมือง จังหวัดนครราชสีมา 30000
*ติดต่อ: E-mail: jattupon_mp2r@hotmail.com และ bundit.kr@rmuti.ac.th, โทรศัพท์ 044 233 073, โทรสาร 044 233 074

บทคัดย่อ

บทความวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาอิทธิพลของอุณหภูมิไอโซเทอร์มอลขอบเขตด้านล่าง (Isothermal temperature of lower boundary, T_L) ที่มีผลต่อการสร้างสมการการหาค่าฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล-อินทิกรัล (Exponential integral function, E_n) ในรูปแบบของสมการโพลิโนเมียลอันดับสอง (The second order polynomial equation) การศึกษาจะทำการคำนวณในวัสดุพรุนที่มีระบบพิกัดแบบระนาบขนาน 1 มิติ (One-dimensional plan parallel) ความหนาทางกายภาพ (L) เท่ากับ 5 เซนติเมตร แต่ค่าความหนาเชิงแสง (τ) อยู่ในช่วง 0 – 1.5 และขอบเขตการคำนวณเป็นแบบวัตถุดำ (Black body) โดยขอบเขตด้านบนเป็นอุณหภูมิไอโซเทอร์มอล (T_U) ที่มีค่าเท่ากับ 300 K และด้านล่างเป็นอุณหภูมิไอโซเทอร์มอล (T_L) ที่มีค่าตั้งแต่ 500 K ถึง 2,000 K จากการศึกษาสมการที่สร้างขึ้นตามการเปลี่ยนแปลงของค่า T_L มีทั้งหมด 16 สมการ ซึ่งพบว่าค่า E_n ที่คำนวณได้จากสมการทั้งหมดจะมีแนวโน้มไปในทิศทางเดียวกันและมีค่าแตกต่างกันน้อยมากหากเปรียบเทียบกับค่า E_n ที่คำนวณได้จากสมการแม่นตรง เนื่องจากค่าสัมประสิทธิ์การกำหนด (R^2) อยู่ในช่วง 0.971-0.993 แต่อย่างไรก็ตามสมการโพลิโนเมียลอันดับสองที่ให้ค่า R^2 สูงที่สุดจะพบในกรณี T_L = 500 K กล่าวคือ $E_2 = 0.918204 - 1.591471\tau + 0.749385\tau^2$ และ $E_3 = 0.483645 - 0.678271\tau + 0.275252\tau^2$ สำหรับ E_2 (R^2 = 0.971230) และ E_3 (R^2 = 0.993184) ตามลำดับ เพื่อตรวจสอบความแม่นยำและการใช้งานได้จริง ค่าฟลักซ์การแผ่รังสีความร้อนสุทธิ (q_n) จึงถูกทำนาย พบว่าค่า q_n ที่คำนวณได้จะมีค่าใกล้เคียงกับผลเฉลยของสมการแม่นตรง

คำหลัก: สมการโพลิโนเมียลอันดับสอง, ฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล-อินทิกรัล, อุณหภูมิไอโซเทอร์มอล

Abstract

This research aimed to study the effect of isothermal temperature of lower boundary for producing the exponential integral function (E_n) in the form of the second order polynomial equation. In study, the porous media in one-dimensional plane parallel was conducted. Physical thickness of porous media (L) was 5 cm and optical thickness (τ) was in the range 0 - 1.5. The porous media was bounded by black body boundary condition where the upper boundary was the isothermal temperatures (T_U) of 300 K and the isothermal temperature of lower one (T_L) was in the range of 500 - 2,000 K. From the study, 16 equations produced by varing the level of T_L were proposed in the present research. The solution of E_n estimated from all presented equations had similar trend and there was vary little difference in comparison with exact method because the coefficient of determination (R^2) was in the range of 0.971 to 0.993. However, the maximum value of R^2 of the second order polynomial equation was found at T_L = 500 K; $E_2 = 0.918204 - 1.591471\tau + 0.749385\tau^2$ and $E_3 = 0.483645 - 0.678271\tau + 0.275252\tau^2$ for E_2 (R^2 = 0.971230) and E_3 (R^2 = 0.993184) respectively. To validate the accuracy and practically estimation, the net radiative heat flux (q_n) was predicted. Agreement between the present equation and exact function was satisfactory.

Keywords: The second order polynomial equation, Exponential integral function, Isothermal temperature

1. บทนำ

การแก้ปัญหาสมการการแผ่รังสีความร้อน (Radiative transfer equation, RTE) ที่มีความซับซ้อนโดยเฉพาะในกรณีสื่อตัวกลางมีส่วนร่วมกับกลไกการแผ่รังสีความร้อน (Participating media) เนื่องจาก RTE เป็นสมการแบบ integro-differential [1,2] กล่าวคือสมการที่มีทั้งการอินทิเกรตและอนุพันธ์ภายในสมการเดียว โดยทั่วไปการหาผลเฉลยจะมีอยู่สองวิธีใหญ่ ๆ ได้แก่ วิธีแรกการหาผลเฉลยแบบแม่นตรง (Exact solution) จะใช้ระเบียบวิธีทางคณิตศาสตร์มาช่วยในการคำนวณ โดยเฉพาะการคำนวณด้วยวิธีผลเฉลยสมการมาตรฐานทั่วไป (Formal solution) ซึ่งวิธีนี้ก็มีข้อเสียคือความยากในการใช้งานฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล-อินทิกรัล (Exponential integrals function, E_n) ส่วนวิธีที่สองคือ การหาผลเฉลยแบบประมาณ Approximation solution) ซึ่งมีหลากหลายวิธี เช่น วิธีดิฟฟิวชั่น (Diffusion) วิธีสเฟียริคอลฮาร์โมนิคส์ (Spherical-harmonics) หรือที่รู้จักกันดีในชื่อของการประมาณแบบ P_N (P_N approximation) วิธีแบบดิสครีต-ออร์ดิเนต (Discrete ordinates) หรือเรียกอีกชื่อว่าวิธีการประมาณแบบ S_N และวิธีการประมาณแบบ Exponential Kernel เป็นต้น ปัจจุบันปัญหาการถ่ายเทความร้อนทางวิศวกรรมและวิทยาศาสตร์นิยมใช้วัสดุพรุน (Porous medium) เป็นตัวกลางที่มีส่วนร่วมกับกลไกการแผ่รังสีความร้อน [3, 4] เนื่องจากวัสดุพรุนมีคุณสมบัติที่โดดเด่น คือมีพื้นที่ผิวต่อปริมาตรสูง สัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อนสูงและสัมประสิทธิ์การดูดกลืนรังสีความร้อน (Radiative absorption coefficient) สูง วัสดุพรุนอาจทำมาจากเซรามิกส์ (Ceramics) โลหะโครงข่ายเปิดทนความร้อนสูง (Open cellular metal) หรือตาข่ายสแตนเลส (Stainless wire net) หลายแผ่นวางซ้อนและอัดแน่นเข้าด้วยกัน จึงทำให้วัสดุพรุนมีความสามารถในการเปลี่ยนพลังงานความร้อนระหว่างการพาและการแผ่รังสีความร้อนได้เป็นอย่างดี จากเหตุผลดังกล่าวส่งผลให้การศึกษาและหาผลเฉลยของสมการการแผ่รังสีความร้อนในวัสดุพรุนมีการพัฒนาโดยนักวิจัยหลายกลุ่ม

Viskanta และคณะ [5] ได้จัดรูปสมการมาตรฐานทั่วไป (Formal solution) ในการหาค่าฟลักซ์การแผ่รังสีความร้อน (Radiative heat flux) ให้อยู่ในรูปอย่างง่ายคือเปลี่ยนเทอม Exponential integral function ให้เป็นฟังก์ชั่นของความเข้มการแผ่รังสี (Intensities radiation) ที่บริเวณผิวหรือขอบเขตวัสดุพรุน ผลการคำนวณที่ได้มีความน่าเชื่อถือ Yoshida และคณะ [6] ได้ใช้สมการมาตรฐานทั่วไป (Formal solution) ในการทำนายคุณลักษณะชั่วคราวของการนำความร้อน (Conductive heat transfer) การพาความร้อน (Convective heat transfer) และการแผ่รังสีความร้อน (Radiative heat transfer) ผลที่ได้มีความความน่าชื่อถือและสอดคล้องกันกับผลการทดลองเป็นอย่างดี Kamiuto และคณะ [7] ได้ใช้ P_1 approximation ในการแก้ปัญหาการถ่ายเทความร้อนที่เกิดร่วมกันระหว่างการนำความร้อน (Conductive heat transfer) กับการแผ่รังสีความร้อน (Convective heat transfer) ผลเฉลยที่ได้สอดคล้องกับผลการทดลองเป็นที่น่าพอใจ Krittacom และ Kamiuto [8] ได้ทำการปรับปรุงวิธี P_1 approximation ให้มีความแม่นยำยิ่งขึ้นเพื่อใช้ในการทำนายปัญหาการแผ่รังสีความร้อนเป็นหลัก วิธีที่ทำการปรับปรุงนี้ให้ผลเฉลยที่แม่นยำละเอียดเมื่อเปรียบเทียบกับผลเฉลยแม่นตรง

อย่างไรก็ตามงานส่วนใหญ่ที่กล่าวมาข้างต้นก็ยังเป็นการพัฒนาการหาผลเฉลยในวิธีโดยประมาณเป็นหลัก ซึ่งส่งผลให้มีความคลาดเคลื่อนเกิดขึ้นหรือหากพัฒนาในวิธีแม่นตรงก็อาจเป็นการหาแนวทางปรับปรุงผลเฉลย

ทางอ้อมเท่านั้น และแต่ละวิธีล้วนมีความยุ่งยากซับซ้อน ต้องใช้คณิตศาสตร์ขั้นสูงในการคำนวณ ด้วยเหตุดังกล่าวงานวิจัยนี้จึงได้นำเสนอการคำนวณหาผลเฉลยอย่างง่ายแต่มีความแม่นยำ โดยการปรับเปลี่ยนฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล-อินทิกรัล (Exponential integral function, E_n) อันดับ 2 (E_2) และอันดับ 3 (E_3) ให้อยู่ในรูปของสมการโพลิโนเมียลอันดับสอง (Thesecond-order plynomial equation) [9] จำนวน ทั้งหมด 16 สมการ ตามอิทธิพลของอุณหภูมิไอโซเทอร์มอลด้านล่าง T_L เพื่อเปรียบเทียบผลของค่า E_n และค่าฟลักซ์การแผ่รังสีความร้อนสุทธิ (Net Radiative heat flux, q_n) ที่ได้จากฟังก์ชันเอ็กโพเนนเชียล-อินทิกรัลกับสมการโพลิโนเมียลอันดับสอง พร้อมทั้งตรวจสอบความแม่นยำและความน่าเชื่อถือของสมการที่สร้างขึ้น

2. สมการควบคุมและแบบจำลองทางกายภาพ

รูปแบบทางกายภาพของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการศึกษาพฤติกรรมการแผ่รังสีความร้อนโดยวัสดุพรุนที่ได้รับความร้อนจากแหล่งความร้อนใด ๆ กำหนดให้วัสดุพรุนถูกบรรจุอยู่ภายในช่องฉนวนกันความร้อน (Thermal insulation) ทำให้ด้านข้างทั้งสองด้านไม่มีการสูญเสียความร้อน ด้านล่างและด้านบนจะเป็นผนังความร้อน (Isothermal wall) ที่มีอุณหภูมิเป็น T_L และ T_U ตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 1 จากรูปแบบทางกายภาพนี้สมมติฐานที่จำเป็นในการคำนวณมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

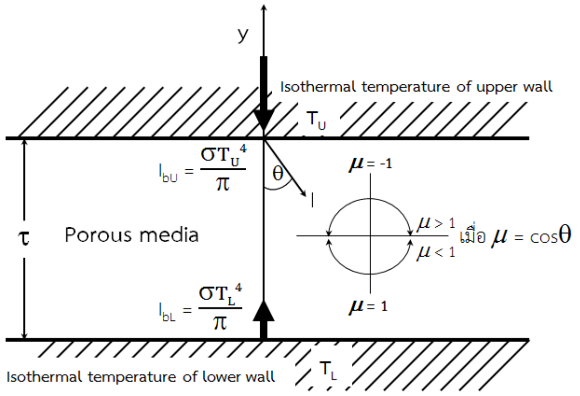
1) การคำนวณเป็นแบบระนาบขนานหนึ่งมิติ (One-dimensional plane-parallel) และวัสดุเป็นแบบเทา (Gray medium) มีความหนา (Porous thickness) เท่ากับ L

2) วัสดุพรุนมีความเป็นเนื้อเดียว (Homogenous media) มีความสามารถในการดูดซับรังสีความร้อน (Absorbing radiation) และการกระจายรังสีความร้อน (Emitting radiation) แต่ไม่คิดการกระเจิงรังสีความร้อน (Non scattering radiation)

3) ภายในวัสดุพรุนไม่คิดการแผ่รังสีความร้อนของสถานะแก๊ส (อากาศ) เนื่องจากมีค่าน้อยมาก เมื่อเทียบกับสถานะของแข็ง (เนื้อวัสดุพรุน)

4) ขอบเขตด้านบนและด้านล่างเป็นแบบวัตถุดำ (Black body) โดยจะได้รับอุณหภูมิคงที่แบบไอโซเทอร์มอล กล่าวคือด้านบนเป็น T_U (Isothermal temperature of upper wall) และด้านล่างเป็น T_L (Isothermal temperature of lower wall)

5) การถ่ายเทความร้อนในวัสดุพรุนเป็นสภาวะคงที่ (Steady state)



รูปที่ 1 รูปแบบทางกายภาพของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

3. สมการการคำนวณ

สมการควบคุมหลัก (Governing equation) ที่ใช้แก้ปัญหาการแผ่รังสีความร้อนของวัสดุพรุนที่ได้รับพลังงานความร้อนจากแหล่งความร้อนใด ๆ กระทำโดยพิจารณาให้วัสดุพรุนมีความต่อเนื่อง (Continous) ดังนั้นจากสมมติฐานทั้ง 5) ในหัวข้อที่ 2 จะได้สมการควบคุมหลักการแผ่รังสีความร้อน (Radiative heat transfer, RTE) และเงื่อนไขขอบเขต (Boundary condition) คือ

$$\frac{\mu}{\kappa}\frac{dI(y)}{dy} = \frac{\sigma T_s^4(y)}{\pi} - I(y) \qquad (1)$$

$$\left.\begin{aligned} y = 0 : I_{bL}(0) &= \frac{\sigma T_L^4}{\pi} \\ y = L : I_{bU}(\tau) &= \frac{\sigma T_U^4}{\pi} \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

เมื่อ κ คือ สัมประสิทธิ์การดูดซับรังสีความร้อน (Absorption coefficient) และโดยทั่วไปการแก้ปัญหาการแผ่รังสีความร้อนจะนิยมกำหนดพิกัดด้วยความหนาเชิงแสง (Optical thickness) [2] คือ $d\tau = \kappa dy$ ดังนั้นสมการที่ (1) จะเปลี่ยนเป็น

$$\mu\frac{dI(\tau)}{d\tau} = \frac{\sigma T_s^4(\tau)}{\pi} - I(\tau) \qquad (3)$$

อินทิเกรต RTE หรือสมการ (3) ในช่วง τ = 0 ถึง $\tau = \tau_L$ จะได้ผลลัพธ์คือ

$$I(\tau) = I^+(\tau) + I^-(\tau) \tag{4a}$$

$$I^+(\tau) = I(0)e^{\frac{-\tau}{\mu}} + \int_0^{\tau} \frac{1}{\mu}\left[\frac{\sigma T_s^4(\tau^*)}{\pi}\right] e^{\frac{-(\tau-\tau^*)}{\mu}} d\tau^* \tag{4b}$$

$$I^-(\tau) = I(\tau_L)e^{\frac{(\tau_L-\tau)}{\mu}} - \int_{\tau}^{\tau_0} \frac{1}{\mu}\left[\frac{\sigma T_s^4(\tau^*)}{\pi}\right] e^{\frac{-(\tau-\tau^*)}{\mu}} d\tau^* \tag{4c}$$

การหาค่าฟลักซ์การแผ่รังสีความร้อนสุทธิ (Net radiative heat flux, q_n) [1,2] ที่ใช้เป็นตัวเปรียบเทียบระหว่างฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล-อินทิกรัลกับสมการโพลิโนเมียลอันดับสองที่สร้างขึ้น สามารถคำนวณได้จาก

$$q_n(\tau) = 2\pi \int_{\mu=-1}^{1} I(\tau,\mu)\mu d\mu \tag{5a}$$

$$\begin{aligned} q_n(\tau) = 2\pi\Big[&\int_0^1 I^+(0,\mu)e^{-\tau/\mu}\mu d\mu \\ &+ \int_0^1\int_0^{\tau} I_b\left[T(\tau^*,\mu)\right] e^{-(\tau-\tau^*)/\mu} d\tau^* d\mu \Big] \\ -2\pi\Big[&\int_0^1 I^-(\tau_0,-\mu)e^{-(\tau_0-\tau)/\mu}\mu d\mu \\ &+ \int_0^1\int_{\tau}^{\tau_L} I_b\left[T(\tau^*,-\mu)\right] e^{-(\tau^*-\tau)/\mu} d\tau^* d\mu \Big] \end{aligned} \tag{5b}$$

จัดรูปสมการที่ (5b) ใหม่ โดยการแทนรูปแบบทั่วไปของฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล-อินทิกรัล (Exponential integrals equation, E_n) ดังนี้

$$\left.\begin{aligned} E_n(x) &= \int_1^{\infty} e^{xt}\frac{dt}{t^n} = \int_0^1 \mu^{n-2} e^{\frac{-x}{\mu}} d\mu \\ E_n(x) &= \int_x^{\infty} E_{n-1}(x)dx \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

เมื่อหาค่า $E_2(\tau)$ และ $E_3(\tau)$ จากสมการที่ (6) แล้ว สมการของการคำนวณหาค่า q_n สามารถจัดรูปสมการใหม่ดังนี้

$$\begin{aligned} q_n(\tau) = 2\pi\Big[&I^+(0)E_3(\tau) \\ &+ \int_0^{\tau} I_b\left[T(\tau^*)\right] E_2(\tau-\tau^*)d\tau^* \Big] \\ -2\pi\Big[&I^-(\tau_0)E_3(\tau_0-\tau) \\ &+ \int_{\tau}^{\tau_L} I_b\left[T(\tau^*)\right] E_2(\tau^*-\tau)d\tau^* \Big] \end{aligned} \tag{7}$$

สมการโพลิโนเมียลอันดับสอง (The second-order polynomial equation) [9] ที่ถูกนำมาใช้เพื่อคำนวณหาค่า $E_2(\tau)$ และ $E_3(\tau)$ แทนฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล-อินทิกรัล โดยมีรูปแบบสมการคือ

$$E_n = a_0 + a_1x + a_2x^2 \tag{8}$$

เมื่อ a_0, a_1 และ a_2 คือค่าคงที่ต้องการหา ซึ่งคำนวณได้โดยใช้ระเบียบวิธีคำนวณเชิงตัวเลขแบบ Secant method

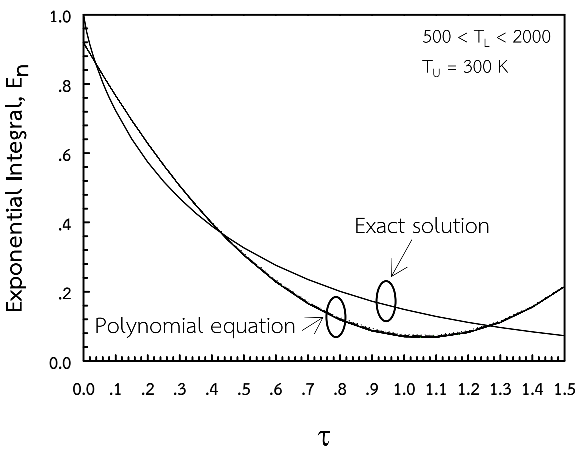
4. วิธีการคำนวณ

จากสมการการคำนวณพร้อมทั้งเงื่อนไขขอบเขตจากหัวข้อที่ 3 ทำการเขียนโปรแกรม Fortran เพื่อหาผลเฉลยของค่าฟลักซ์การแผ่รังสีความร้อนสุทธิ (q_n) โดยกำหนดค่าความหนาเชิงแสง (τ) อยู่ในช่วง $0 < \tau < 1.5$ อุณหภูมิไอโซเทอร์มอลด้านบนเป็น T_U = 300 K และด้านล่างเป็น T_L จะมีค่าตั้งแต่ 500 – 2000 K เริ่มต้นคำนวณหาค่าโครงสร้างทางอุณหภูมิภายในชั้นวัสดุพรุนและคำนวณหาค่าความเข้มการแผ่รังสี (Intensities radiation, I) ตามสมการที่ (4) หลังจากนั้นคำนวณหาค่าฟลักซ์การแผ่รังสีความร้อนสุทธิ (q_n) ตามสมการที่ (7) โดยใช้ค่า E_n จากฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล-อินทิกรัล และนำ q_n ที่คำนวณได้ไปแทนในสมการที่ (7) แล้วใช้ระเบียบวิธีคำนวณเชิงตัวเลขแบบ Gauss elimination method เพื่อหาค่า E_n ที่ตำแหน่ง τ ใด ๆ และในขั้นตอนสุดท้ายใช้ระเบียบวิธีคำนวณเชิงตัวเลขแบบ Secant method เพื่อหาค่าคงที่ a_0, a_1 และ a_2 ก็จะได้สมการโพลิโนเมียลอันดับสองในรูปแบบของสมการที่ (8) ทั้งหมด 16 สมการตาม T_L ที่เพิ่มขึ้น และเพื่อตรวจสอบความแม่นยำและการใช้งานได้จริงของสมการที่สร้างขึ้นค่าฟลักซ์การแผ่รังสีความร้อนสุทธิ (q_n) จึงถูกทำนายโดยใช้ค่า E_n จากฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล-อินทิกรัลและสมการโพลิโนเมียลอันดับสองที่สร้างขึ้นจากงานวิจัยนี้

5. ผลการคำนวณและอภิปรายผล

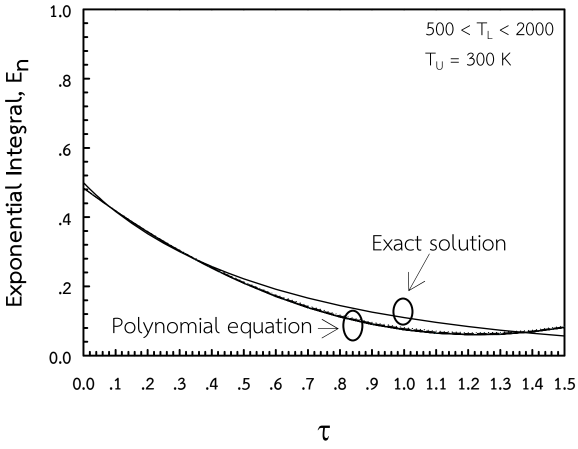
5.1 ค่า E_2 และ E_3

รูปที่ 2 แสดงการเปรียบเทียบค่า E_2 ระหว่างฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล-อินทิกรัลกับสมการโพลิโนเมียลอันดับสอง โดยทำการเปรียบเทียบใน ช่วง $0 < \tau < 1.5$ จะพบว่าค่า E_2 เมื่อสร้างเป็นสมการโพลิโนเมียลอันดับสองทั้ง 16 สมการ จะมีแนวโน้มไปในทิศทางเดียวกันและมีค่าแตกต่างกันเล็กน้อยเมื่อเทียบกับ E_2 ที่คำนวณได้จากฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล-อินทิกรัล เนื่องจากสมการโพลิโนเมียลอันดับสองเป็นสมการกำลังสอง ซึ่งจะมีความเป็นเส้นโค้งมากกว่า และหากพิจารณาค่าสัมประสิทธิ์การกำหนด (Determination coefficient, R^2) ที่มีค่าสูงสุดจะพบในกรณี T_L = 500 K ซึ่ง R^2 จะมีค่าเท่ากับ 0.971230 และสมการที่ได้คือ $E_2 = 0.918204 - 1.591471\tau + 0.749385\tau^2$



รูปที่ 2 การเปรียบเทียบค่า E_2 ระหว่างฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล-อินทิกรัลกับสมการโพลิโนเมียลอันดับสอง

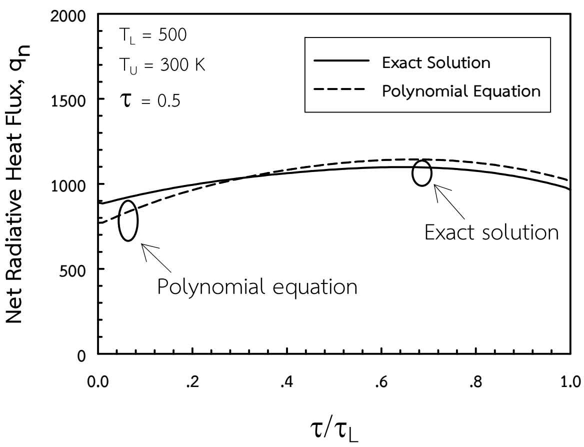
รูปที่ 3 แสดงการเปรียบเทียบค่า E_3 ระหว่างฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล-อินทิกรัลกับสมการโพลิโนเมียลอันดับสอง โดยทำการเปรียบเทียบในกรณีเดียวกันกับค่า E_2 จะพบว่าค่า E_3 ที่ได้จากทั้งสองสมการจะมีค่าใกล้เคียงกันและที่ T_L = 500 K ค่าสัมประสิทธิ์การกำหนด (R^2) จะมีค่าสูงสุดเท่ากับ 0.993184 สมการที่ได้คือ $E_3 = 0.483645 - 0.678271\tau + 0.275252\tau^2$ ซึ่งจะเห็นว่าค่า R^2 มีค่าใกล้เคียงกับ 1 ทั้งในกรณี E_2 และ E_3 ดังนั้นค่า E_n ของสมการโพลิโนเมียลอันดับสองที่คำนวณได้นั้น สามารถนำมาใช้ประโยชน์เพื่อทำนายกลไกการแผ่รังสีความร้อนได้



รูปที่ 3 การเปรียบเทียบค่า E_3 ระหว่างฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล-อินทิกรัลกับสมการโพลิโนเมียลอันดับสอง

5.2 ค่าฟลักซ์การแผ่รังสีความร้อนสุทธิ

เพื่อตรวจสอบความแม่นยำของสมการที่สร้างขึ้น รูปที่ 4 แสดงค่าฟลักซ์การแผ่รังสีความร้อนสุทธิ (Net radiative heat flux, q_n) ภายในชั้นวัสดุพรุนที่คำนวณได้จากฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล-อินทิกรัลกับสมการโพลิโนเมียลอันดับสองที่สร้างขึ้น พบว่าค่า q_n ที่คำนวณได้จากทั้งสองสมการจะมีแนวโน้มไปในทิศทางเดียวกันตามความหนาของแผ่นวัสดุพรุน และมีค่าใกล้เคียงกันทั้งสองกรณี แต่ q_n ที่คำนวณได้จากสมการโพลิโนเมียลอันดับสองมีค่าสูงกว่า q_n ที่ได้จากฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล-อินทิกรัลเล็กน้อย ($\tau/\tau_L>0.3$) โดยมีค่าความคลาดเคลื่อนสูงสุดเท่ากับ 10 %



รูปที่ 4 แสดงการเปรียบเทียบค่าฟลักซ์การแผ่รังสีความร้อนสุทธิ (Net radiative heat flux, q_n) ระหว่างการใช้ฟังก์ชันเอ็กโพเนนเชียล-อินทิกรัลกับสมการโพลิโนเมียล

6. สรุปผลการศึกษา

สมการโพลิโนเมียลอันดับสองที่ได้นำเสนอในงานวิจัยนี้ ซึ่งสร้างขึ้นจากฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล-อินทิกรัล (E_2 และ E_3) ในช่วง $0 < \tau < 1.5$ ทั้ง 16 สมการ พบว่ามีความแตกต่างกันเล็กน้อย และค่า R^2 สูงที่สุดจะพบในกรณี $T_L = 500$ K กล่าวคือ $E_2 = 0.918204 - 1.591471\tau + 0.749385\tau^2$ และ $E_3 = 0.483645 - 0.678271\tau + 0.275252\tau^2$ สำหรับ E_2 ($R^2 = 0.971230$) และ E_3 ($R^2 = 0.993184$) ตามลำดับ ซึ่งมีค่าใกล้เคียงกับ 1 จึงถือว่าทั้งสองสมการมีความสอดคล้องกันเป็นอย่างดีและอยู่ในระดับที่น่าพอใจ โดยสมการ E_n ที่ได้จากสมการโพลิโนเมียลอันดับสองนั้นสามารถนำมาใช้ประโยชน์เพื่อทำนายกลไกการแผ่รังสีความร้อน เช่น ค่าการเกิดรังสีความร้อนและค่าฟลักซ์การแผ่รังสีความร้อนได้ และเมื่อใช้ในการหาผลเฉลยของค่าฟลักซ์การแผ่รังสีความร้อนสุทธิ (q_n) พบว่าค่าที่คำนวณได้จากทั้งสองสมการจะมีแนวโน้มไปในทิศทางเดียวกันตามความหนาของแผ่นวัสดุพรุน และมีค่าใกล้เคียงกันทั้งสองกรณี โดย q_n ที่คำนวณได้จากสมการโพลิโนเมียลอันดับสองจะมีค่าสูงกว่าฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล-อินทิกรัล และมีค่าความคลาดเคลื่อนสูงสุดเท่ากับ 10 %

7. กิตติกรรมประกาศ

คณะผู้เขียนบทความขอขอบพระคุณสาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลอีสาน นครราชสีมา ที่ได้ให้การสนับสนุนสถานที่ในการศึกษาและปฏิบัติงานวิจัยในครั้งนี้ จนทำให้งานวิจัยนี้สำเร็จลุล่วงไปด้วยดี

8. เอกสารอ้างอิง

[1] Ozisik, M.N. (1990). *Radiative Transfer and Interactions with Conduction and Conduction*, McGraw-Hill, New York.

[2] Modest, M.F. (2003). *Radiative Heat Transfer*, 2nd edition, ISBN: 0-12-503163-7, Academic Press (Elsevier Science), California.

[3] Vafai, K. (2005). *Handbook of porous media*, 2nd edition, ISBN: 0-8247-8886-9, Taylor and Franscis, New York.

[4] บัณฑิต กฤตาคม (2554). หัวพ่นไฟอุตสาหกรรมและการประยุกต์ใช้วัสดุพรุนในหัวพ่นไฟ, *วารสารวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยสยาม*, 12(1), หน้า 76 – 87

[5] Viskanta, R., Mruyama, S. and Aihara, T. (1990). Analysis of an active high-temperature thermal insulation system, *International Journal Heat and Fluid Flow*, vol. 11(3), pp. 196 - 203.

[6] Yoshida, H., Yun, J.H., and Echigo, R. (1990). Transient characteristics of combined conduction convection and radiation heat transfer in porous media, *Journal of Heat Mass Transfer,* Vol. 33(5), pp. 847 - 857.

[7] Kamiuto, K., Iwamoto, M. and Nagumo, Y. (1993). Combined conduction and correlated-radiation heat transfer in packed bed, *Journal of Thermophysics Heat Transfer*, vol. 7(3), pp. 496 – 501.

[8] Krittacom, B. and Kamiuto, K. (2007). Improvement of the P_1 approximation in radiative transfer, *JP Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 1 (1), pp. 63 - 74.

[9] บัณฑิต กฤตาคม (2556). *ระเบียบวิธีคำนวณเชิงตัวเลขสำหรับงานวิศวกรรม*, สำนักพิมพ์ แผนกงานออกแบบและผลิตสื่อสิ่งพิมพ์ งานประชาสัมพันธ์และเผยแพร่ มทร.อีสาน, นครราชสีมา